

בעיות שונות – המשך

25.

חלוקה לשתי קבוצות

הנחיות כלליות (לכל הסעיפים):

- שתי הקבוצות מובחנות לפי צבע: קבוצה כחולה וקבוצה לבנה.
- סדר האנשים בתוך קבוצה לא משנה (מדובר בחלוקה/צביעה, לא בסידור).

א.

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק ארבעה אנשים לשתי קבוצות כך שיתקיימו כל התנאים הבאים:

1. בכל קבוצה יש לפחות אדם אחד.

2. כל חברי אותה קבוצה לובשים חולצות בצבע אחיד.

3. קיימים בדיוק שני צבעים אפשריים לחולצות: כחול ולבן.
(הקבוצות מובחנות לפי הצבע: קבוצה כחולה וקבוצה לבנה.)

ב.

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק ארבעה אנשים לשתי קבוצות אם מבטלים את תנאי (1) (כלומר, ייתכן שקבוצה אחת תהיה ריקה), אך תנאים (2) ו-(3) עדיין מתקיימים?

ג.

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק חמישה אנשים לשתי קבוצות כך שיתקיימו כל התנאים הבאים:

1. בכל קבוצה יש לפחות אדם אחד.

2. כל חברי אותה קבוצה לובשים חולצות בצבע אחיד.

3. קיימים בדיוק שני צבעים אפשריים לחולצות: כחול ולבן.
(הקבוצות מובחנות לפי הצבע: קבוצה כחולה וקבוצה לבנה.)

ד.

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק חמישה אנשים לשתי קבוצות אם מבטלים את תנאי (1) (כלומר, ייתכן שקבוצה אחת תהיה ריקה), אך תנאים (2) ו-(3) עדיין מתקיימים?

.26

מהי ההסתברות שמספר פלינדרומי בעל שלוש ספרות (בין 100 ל-999, כולל 100 ו-999) יהיה מתחלק ב-11?

.27

מהי ההסתברות שבסידור אקראי של כל האותיות במילה **התמרמרות**, האות הראשונה והאחרונה תהיינה זהות?

.28

מספרים עם שלוש תכונות

יש קבוצת מספרים עם 4 ספרות עם שלוש התכונות הבאות:

- כל הספרות הן מספרים ראשוניים
- המספר עצמו הוא מספר אי-זוגי
- סכום הספרות הוא מספר אי-זוגי

הערה: ספרת האלפים אינה 0.

א. מצאו את ארבעת המספרים הקטנים ביותר שעונים על תכונות הנ"ל.

ב. מצאו את ארבעת המספרים הגדולים ביותר שעונים על תכונות הנ"ל.

.29

מספרים עם שתי תכונות

יש מספרים עם התכונות הבאות:

- בין הספרות במספר, בדיוק שתי ספרות הן הספרה 1.
 - כל שאר הספרות במספר הן ספרות אי-זוגיות וייתכן שחלקן חוזרות על עצמן.
- כמה מספרים כאלה יש עם

א. שלוש ספרות

ב. ארבע ספרות

ג. חמש ספרות

ד. n ספרות

.30

סכום 9 או יותר

מטילים שתי קוביות. ידוע שלפחות באחת מהקוביות הופיע 6. מהי ההסתברות, בהינתן זאת, שסכום המספרים על הקוביות גדול או שווה ל-9?

.31

10 כסכום מספרים אי-זוגיים

רשמו את כל הדרכים לכתוב את המספר 10 כסכום של מספרים אי-זוגיים חיוביים. כמה דרכים שונות קיימות?

הערה: שתי דרכים הנבדלות רק בסדר המחברים נחשבות לאותה דרך. למשל,

$$1 + 3 + 5 + 1 + 1 + 1$$

הן אותה דרך.

.32

שני תלמידים שהגיעו באיחור

בשיעור של ג'ף הגיעו בזמן 6 תלמידים, והוא לימד משחק בזוגות. כדי ליצור שלושה זוגות, הוא מחלק באקראי קלף לכל תלמיד: קיימים הקלפים 1, 2 ו-3, וכל קלף מופיע פעמיים. שני תלמידים שקיבלו את אותו מספר משחקים יחד.

לפני החלוקה נכנסים באיחור עוד שני תלמידים. ג'ף מחליט לחלק את כל שמונת התלמידים לארבעה זוגות, ומוסיף שני קלפים נוספים עם המספר 4 (כך שהקלפים הם: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4). הוא מקווה ששני המאחרים לא יוגרלו לאותו זוג; אם כל מאחר ישובץ עם תלמיד ששמע את ההסבר, בן זוגו יוכל להסביר לו את החוקים לפני תחילת המשחק.

א. מה ההסתברות ששני התלמידים שאיחרו יוגרלו לשחק יחד (ולכן לא ידעו את החוקים)?

ב. בכמה דרכים אפשר לחלק 8 אנשים לזוגות?

.33

טרפז שווה שוקיים אם אורכי צלעות לפי מספרים בסדרת פיבונאצ'י

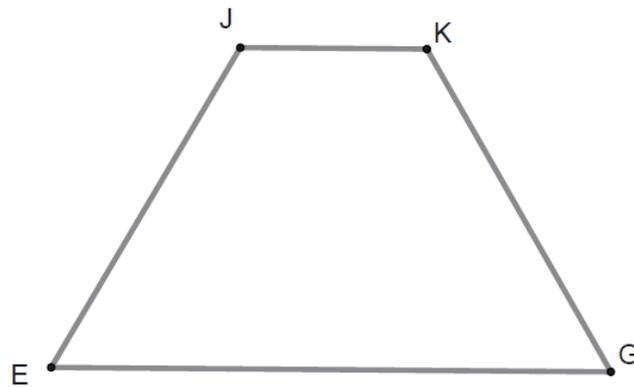
נתון טרפז שווה שוקיים JKGE כך שאורכי הצלעות הם מספרים עוקבים בסדרת פיבונאצ'י:

אורכי הבסיסים הם F_{n+1} ו- F_{n-1} .

אורכי השוקיים הוא F_n .

יש להראות שטח הטרפז מתקיים תמיד:

$$(F_{n-1} + F_{n+1}) \cdot F_n \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = F_{2n} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$



חשבו את שטח הטרפז בכל אחת מהדוגמאות, בשתי דרכים שונות:

- לפי הנוסחה הכללית:

$$S = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$$

- לפי הנוסחה בעזרת סדרת פיבונאצ'י:

$$S = F_{2n} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

.א.

$$JK = 1$$

$$KG = JE = 2$$

$$EG = 3$$

.ב.

$$JK = 2$$

$$KG = JE = 3$$

$$EG = 5$$

.ג.

$$JK = 3$$

$$KG = JE = 5$$

$$EG = 8$$

ד. האם לשלושת הטרפזים יש אותן זוויות?

ה. האם שלושת הטרפזים דומים?

.34

שטח משולש ישר זווית

נתון משולש ישר זווית שבו סכום אורכי הצלעות הוא 126 ס"מ, וסכום ריבועי הצלעות הוא 5,618.
חשבו את שטח המשולש.

.35

המציאו פעולת חשבון חדשה

הוגדרה פעולת חשבון חדשה, שסימנה הוא &. נתונים כמה תרגילים לדוגמה. על פי החוקיות מצאו את הפתרון לתרגיל שמופיע לאחר הדוגמאות, והסבירו את החוקיות שמצאתם.

הדוגמאות:

$$2 \& 2 = 0$$

$$1 \& 3 = -5$$

$$4 \& 5 = 6$$

$$8 \& 3 = 58$$

$$10 \& 10 = 80$$

$$9 \& 7 = 67$$

$$5 \& 6 = 13$$

חשבו את התוצאה של התרגיל הבא:

$$(7 \& 20) \& 10 =$$

.36

שורש בתוך שורש

א. הראו ש-

$$\sqrt{8-4\sqrt{3}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

ב. במשולש ישר זווית ABC, זווית C שווה 90° , זווית A שווה 30° וזווית B שווה 60° . אורך

הצלע AB הוא 2 ס"מ.

המשיכו את הצלע AC אל נקודה D כך שהנקודה C נמצאת בין A ל-D ואורך AD הוא 2

ס"מ.

מצאו את אורך BD.