

נין עם ג'יף



משחקי מתמטיקה

חלק
ב



מדריך לחוברת פעילויות



הסברים מלאים לפעילויות,
דוגמאות ותרגילים נוספים



חלק 1: מספרים, פונקציות, חוקיות ואלגברה

- 1.1 פלינדרום / (אביזרים מיוחדים: טושים) 5
- 1.2 מספרים במשולשים 5
- 1.3 משחק הגורמים / (אביזרים מיוחדים: טושים) 6
- 1.4 מספרים מושלמים 7
- 1.5 מספרים בבסיס 3 8
- 1.6 מספר הקווים המְרָבִי 11
- 1.7 ריבועי קסם שמידותיהם הן מספרים אי-זוגיים 11
- 1.8 גורמים ומכפלות עד 100 14
- 1.9 מכנה משותף לפי מספרים ראשוניים 14
- 1.10 שברים מתמשכים 15
- 1.11 פיבונאצ'י ואלגברה 16
- 1.12 אלגברה בפירמידות 16
- 1.13 אלגברה בשני נעלמים 17
- 1.14 אלגברה בשלושה נעלמים 18

חלק 2: הסתברות וסטטיסטיקה

- 2.1 ניסוי ומשחק כפל של 1 עד 144 / (אביזרים מיוחדים: 2 קוביות משחק, טושים) 20
- 2.2 מרוץ שברים ועוד שני מרוצים 144 / (אביזרים מיוחדים: 2 קוביות משחק, סביבון, טושים) 20
- 2.3 בינגו שברים / (אביזרים מיוחדים: 2 קוביות משחק, 12 דסקיות לכל שחקן) 21
- 2.4 בינגו 8 / (אביזרים מיוחדים: 2 קוביות משחק) 22
- 2.5 "גלגל אותה" / (אביזרים מיוחדים: אטב, נייר דבק, סרגל, קרטון של פיצה, מחוגה, טושים) 23
- 2.6 חמישייה / (אביזרים מיוחדים: 5 קוביות משחק) 24
- 2.7 פארקל / (אביזרים מיוחדים: 6 קוביות משחק) 25

חלק 3: חשיבה מתמטית ולוגיקה

- 3.1 מסלול מ-1 עד 36 27
- 3.2 נחש ישר זווית 27
- 3.3 בול-פגיעה בשלושה מספרים 27
- 3.4 מוקשים 28
- 3.5 מערכת צינורות למיון חבילות לפי משקלן 28
- 3.6 פתוח-סגור-פתוח / (אביזרים מיוחדים: חבילת קלפים) 29
- 3.7 מילה משותפת 29
- 3.8 מסלול מ-1 עד 9 29
- 3.9 משחק החיים 30
- 3.10 חמש צוללות 31
- 3.11 חמש צוללות - משחק לשני שחקנים 32
- 3.12 מספרים ומבוק 32
- 3.13 שידוכים מוצלחים 33

34	פננוח צפנים	3.14
35	בנינים	3.15
36	מצולעים לפי מספרים	3.16
37	טריק בקלפים / (אביזרים מיוחדים: חבילת קלפים)	3.17
37	לוח 5×5: הנחת דסקיות / (אביזרים מיוחדים: 21 דסקיות)	3.18
73	כלי תחבורה ימיים	3.19
38	איקס-עיגול מיוחד	3.20
38	סדוקו בארבע פעולות חשבון	3.21
39	קשור ופתור / (אביזרים מיוחדים: טושים)	3.22
40	מבוכים מיוחדים / (אביזרים מיוחדים: טושים)	3.23

חלק 4: משחקים מתמטיים

41	שמרו 20 / (אביזרים מיוחדים: 5 קוביות משחק)	4.1
41	קרב מגע עם "מגן דוד" ושברים / (אביזרים מיוחדים: 2 קוביות משחק, טושים)	4.2
42	קרב מגע בשלוש קוביות / (אביזרים מיוחדים: 3 קוביות משחק, טושים)	4.3
43	איקס-עיגול וקווים / (אביזרים מיוחדים: 2 טושים בצבעים שונים)	4.4
44	איקס-עיגול גדול / (אביזרים מיוחדים: 2 או 3 טושים בצבעים שונים)	4.5
45	משחק הריבועים / (אביזרים מיוחדים: 2 טושים בצבעים שונים)	4.6
45	ארבעה בטור / (אביזרים מיוחדים: חייל, טושים)	4.7

חלק 5: גאומטרייה ויצירות מתמטיות

47	שטיח אומנותי מנקודות ומשבצות / (אביזרים מיוחדים: 2 טושים בצבעים שונים)	5.1
48	צורות מספריות / (אביזרים מיוחדים: שקפים)	5.2
48	משפט פיתגורס / (אביזרים מיוחדים: מחשבון)	5.3
51	וקטורים ושטחים	5.4
51	תרגילי שטחים	5.5
51	טנטריקס / (אביזרים מיוחדים: סט של טנטריקס)	5.6
53	חמשונים / (אביזרים מיוחדים: דף מוגדל של הפעילות [ראו קישור בהסבר], מספריים)	5.7
54	ספירלת פיבונאצ'י / (אביזרים מיוחדים: מחוגה, טושים)	5.8
54	משולש שרפינסקי / (אביזרים מיוחדים: טושים)	5.9
54	48 נקודות / (אביזרים מיוחדים: סרגל)	5.10
55	קווים מחברים נקודות / (אביזרים מיוחדים: סרגל)	5.11
55	שולחנות סנוקר / (אביזרים מיוחדים: סרגל)	5.12
56	ציורים תלת-ממדיים / (אביזרים מיוחדים: סרגל)	5.13
56	משפט ארבעת הצבעים / (אביזרים מיוחדים: 4 טושים בצבעים שונים)	5.14
57	ריצוף / (אביזרים מיוחדים: טושים)	5.15

חלק 6: פתרונות לכמה מהתרגילים

58	מספרים מושלמים	1.4
58	ריבועי קסם שמידותיהם הן מספרים אי-זוגיים	1.7
58	"גלגל אותה"	2.5
59	פארקל	2.7



חלק 1: מספרים, פונקציות, חוקיות ואלגברה

1.1 פלינדרום

פלינדרום הוא מספר שאם קוראים אותו משמאל לימין או מימין לשמאל, הוא אותו המספר.

דוגמאות: 22, 50,605, 2,112, 535.

מתברר שכמעט כל מספר שהוא אינו פלינדרום אפשר להפוך לפלינדרום אחרי מספר מסוים של תרגילי חיבור.

לדוגמה, 53 אינו פלינדרום, אבל כאשר מוסיפים לו את המספר שכתוב בסדר ההפוך, כלומר 35, מקבלים מספר שהוא פלינדרום: $88 = 35 + 53$. כלומר המספר 53 נהפך לפלינדרום אחרי תרגיל חיבור אחד.

לעומתו 19 נהפך לפלינדרום אחרי שני תרגילי חיבור. תרגיל החיבור הראשון: $110 = 91 + 19$. גם 110 אינו פלינדרום, ולכן נוסיף את תרגיל החיבור השני: $121 = 011 + 110$. 121 הוא פלינדרום.

בדוגמה האחרונה נבדוק כמה תרגילי חיבור נדרשים כדי שהמספר 87 ייהפך לפלינדרום:

$$87 + 78 = 165$$

$$165 + 561 = 726$$

$$726 + 627 = 1,353$$

$$1,353 + 3,531 = 4,884$$

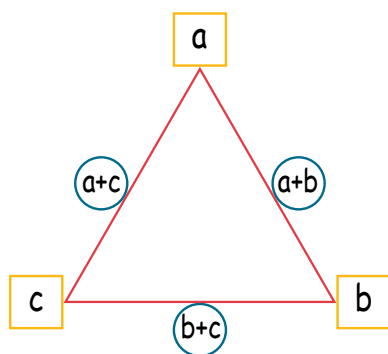
4,884 הוא פלינדרום, כלומר המספר 87 נהפך לפלינדרום אחרי ארבעה תרגילי חיבור.

המספרים 89 ו-98 נהפכים לפלינדרום אחרי 24 תרגילי חיבור! הפלינדרום הוא 8,813,200,023,188.

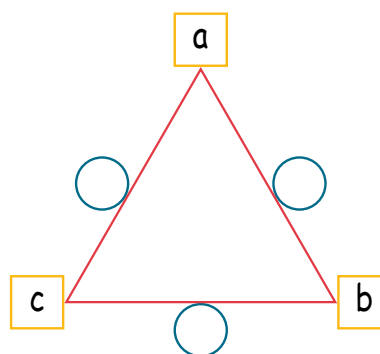
196 הוא מספר מעניין: גם אחרי יותר מ-700,000,000 תרגילי חיבור במחשב-על, המספר 196 עדיין אינו נהפך לפלינדרום.

1.2 מספרים במשולשים

בעיגולים כתוב המשתנים בשני ריבועים סמוכים:



נניח שהמספרים בריבועים הם a, b ו-c:



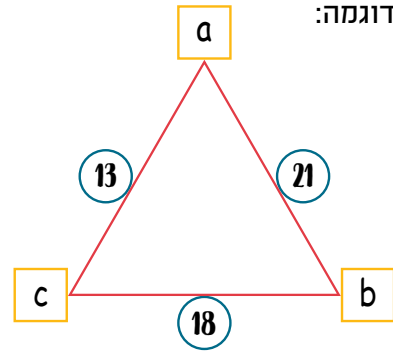
נחבר את הביטויים בשלושת העיגולים:

$$a + b + b + c + a + c = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c)$$

כלומר סכום הביטויים (או המספרים) בשלושת העיגולים חלקי 2 שווה לסכום המספרים בשלושת הריבועים.

שימו לב שסכום המספרים בריבוע ובעיגול מולו (הם הקצוות של התיכון במשולש) שווה לסכום המספרים בריבועים, כלומר מחצית סכום המספרים בעיגולים.

דוגמה:



סכום המספרים בעיגולים הוא 52:

$$13 + 21 + 18 = 52$$

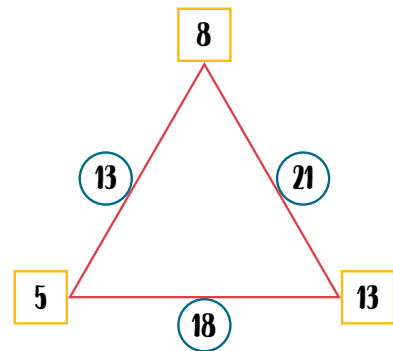
את התוצאה נחלק ב-2, ונקבל 26. 26 הוא סכום המספרים בריבועים וגם סכום המספרים בריבוע אחד ובעיגול מולו.

לכן

$$a = 26 - 18 = 8$$

$$b = 26 - 13 = 13$$

$$c = 26 - 21 = 5$$



13 משחק הגורמים

המשחק מיועד לשני שחקנים.

- שחקן א' יבחר מספר מלוח המשחק ויקיף אותו בעיגול בצבע שיבחר.
- שחקן ב' יקיף בצבע אחר את כל הגורמים של אותו המספר, פרט לאותו המספר עצמו.
- שחקן ב' יסמן מספר חדש בלוח, ושחקן א' יסמן בצבע שלו את כל הגורמים של המספר הזה שלא סומנו בשלבים הקודמים.
- כך כל שחקן בתורו: אחד השחקנים יבחר מספר ויסמן אותו, והשחקן האחר יסמן את גורמיו שטרם סומנו.
- אם שחקן יבחר מספר שכל גורמיו כבר סומנו בשלבים הקודמים, הוא יאבד את תורו ולא יקבל נקודות את המספר שבחר.

1. המשחק נגמר כשהשחקן אינו יכול לבחור מספר כי ליריב לא יהיה גורם שהוא יוכל להקיף.
לא הכרחי שכל מספרים יסומנו בסוף המשחק.

2. השחקן שיצליח לצבור (כלומר לסמן בצבע שלו) את סכום הנקודות הגדול ביותר הוא המנצח.
דוגמה:

שחקן א' בוחר ומקיף את המספר 24.

שחקן ב' מקיף את הגורמים של 24, כלומר 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12-1.
(השחקן לא יקיף את הגורם 24 כי שחקן א' כבר הקיף אותו).

שחקן ב' בוחר ומקיף את המספר 21.

שחקן א' מקיף את הגורם של 21 שעדיין לא הוקף - 7.

שחקן א' בוחר ומקיף את המספר 28.

שחקן ב' מקיף את המספר 14, הגורם היחיד של 28 שעדיין לא הוקף.

בינתיים זה סכום הנקודות של שחקן א':

$$28 + 24 + 7 = 59$$

וזה סכום הנקודות של שחקן ב':

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 14 + 21 = 71$$

שאלות:

1. מהו המספר הטוב ביותר שכדאי לבחור בתחילת המשחק?
2. מהו המספר הטוב ביותר שאינו ראשוני ושכדאי לבחור בתחילת המשחק?
3. בתחילת המשחק שחקן א' בוחר מספר קטן מ-10. שחקן ב' מסמן את גורמיו. אחרי התור הזה יש לשני השחקנים תוצאה שווה. איזה מספר בחר שחקן א'?
4. בתחילת המשחק שחקן א' בוחר מספר מ-20 עד 30. שחקן ב' מסמן את גורמיו. אחרי התור הזה יש לשני השחקנים תוצאה שווה. איזה מספר בחר שחקן א'?
5. שני שחקנים משחקים בשיתוף פעולה כדי להשיג את מטרה אחת: שניהם יקיפו יחד מספרים רבים ככל האפשר. מה המספר הגדול ביותר של מספרים שאפשר להקיף?

1.4 מספרים מושלמים

מספר מושלם הוא מספר שסכום גורמיו ללא המספר עצמו שווה למספר.

8 הוא כמעט מספר מושלם כי סכום גורמיו ללא המספר עצמו הוא 7:

$$1 + 3 + 4 = 7$$

16 גם הוא כמעט מספר מושלם כי סכום גורמיו בלי המספר עצמו הוא 15.

שאלה: באופן כללי מה סכום הגורמים, בלי המספר עצמו, של מספרים שאפשר לכתוב אותם כך: 2^n ?

מתברר שכל מספר מושלם אפשר לכתוב כך:

$$2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$$

כאשר n הוא מספר ראשוני, והמספר $(2^n - 1)$ הוא מספר ראשוני.

דוגמה: המספר המושלם השישי שנתגלה בשנת 1588 הוא 8,589,869,056.



$$8,589,869,056 = 65,536 \cdot 131,071 = 2^{16} \cdot (2^{17} - 1)$$

17 הוא מספר ראשוני, והמספר $2^{17} - 1$ הוא מספר ראשוני.

הערה: לא כל מספר שנכתב כך $(2^n - 1) \cdot 2^{n-1}$ כאשר n הוא ראשוני הוא מספר מושלם.

דוגמה: $(2^{11} - 1) \cdot 2^{10}$ אינו מספר מושלם, והמספר $2^{11} - 1$ אינו מספר ראשוני:

$$2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 87$$

1.5 מספרים בבסיס 3

המספרים בבסיס 3 מורכבים מ-3 ספרות: 0, 1 ו-2 בלבד.

להלן המספרים הראשונים בבסיס 3 - נתחיל ב-0:

0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100, 101, 102, 110, 111, 120, 121, 122, 1,000...

אפשר להמיר מספרים בבסיס 3 לצורות גאומטריות.

דוגמה:

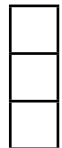
1 הוא ריבוע קטן:



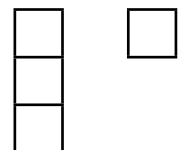
2 הוא שני ריבועים נפרדים:



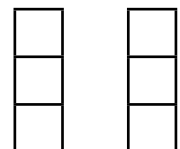
3 הוא מקל של שלושה ריבועים קטנים:



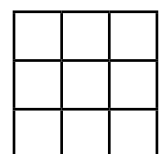
מקל וריבוע קטן מייצגים את המספר 11:



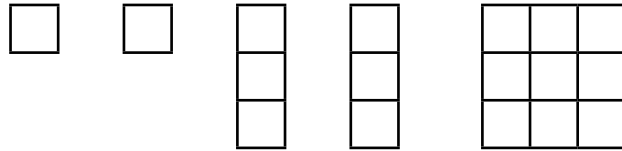
המספר 20 הוא שני מקלות:



אחרי המספר 22, שמורכב משני מקלות ושני ריבועים קטנים, מגיע 100 שהוא ריבוע גדול (3×3) :



המספר 122 הוא ריבוע גדול, שני מקלות ושני ריבועים קטנים:



המספר 1,000 הוא קובייה המורכבת משלושה ריבועים גדולים:



אפשר להמיר קובייה ל-27 ריבועים קטנים.

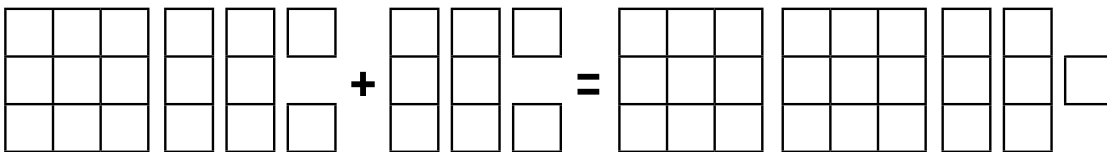
המספר 2,222 מיוצג על ידי שתי קוביות, שני ריבועים גדולים, שני מקלות ושני ריבועים קטנים.

א. חיבור

נחבר שני מספרים בבסיס 3. נפתור את התרגיל הזה בשתי דרכים:

$$122 + 22 =$$

הדרך הראשונה - איחוד של חלקים:



הסכום שקיבלנו הוא 221.

הדרך השנייה - חיבור מאונך:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 122 \\ + 22 \\ \hline 221 \end{array}$$

בתרגיל השתמשנו בתרגילים הללו:

$$11 = 2 + 2$$

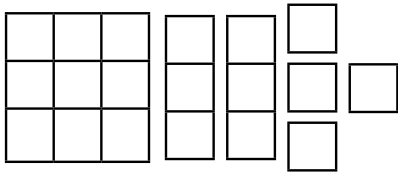
$$12 = 2 + 2 + 1$$



$$201 - 112 = ?$$

נחסיר 112 מ-201.

נמיר את המספר 201 לריבוע, 2 מקלות ו-4 ריבועים קטנים:



נחסיר 112, והתוצאה תהיה 12.

כדי לבדוק אם התשובה נכונה, נחבר 12 ו-112 ונראה אם התוצאה תהיה 201.

ג. כפל

דוגמה:

$$122 \cdot 11 =$$

בדרך הראשונה הגורם 11, שהוא הגורם הקטן יותר בין השניים, הוא 4 בבסיס 10 (כי 11 הוא 4 ריבועים קטנים). לכן התרגיל נהיה 122 ועוד עצמו 4 פעמים:

$$122 + 122 + 122 + 122 =$$

התשובה היא 2,112.

הדרך השנייה היא כפל מאונך:

$$\begin{array}{r} 122 \\ \times 11 \\ \hline 122 \\ + 1220 \\ \hline 2112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ 122 \\ + 122 \\ 122 \\ \hline 122 \\ \hline 2112 \end{array}$$

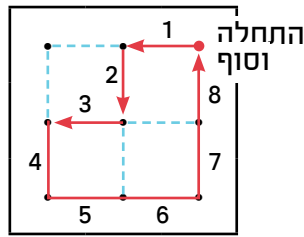
ד. חילוק

כדי לפתור את התרגיל $1,121 : 11$

נחשב כך: יש לי 1,121 שקלים בבסיס 3, ועליי לחלק את הכסף ל-11 חברים בבסיס 3 ששווה ל-4 חברים בבסיס 10. נחלק את 1,121 השקלים ל-4 חברים. כל אחד מהם יקבל 102 שקלים, ותהיה שארית של 10 שקלים.

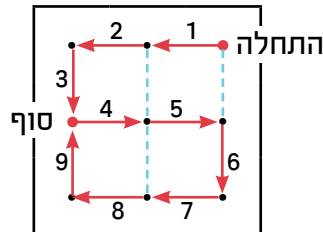
1.6 מספר הקווים המרובי

חברו נקודות סמוכות (אבל לא באלכסון) בקווים כדי לצייר מסלול מקווים רבים ככל האפשר.
 בדוגמה הראשונה הצלחנו לצייר מסלול אדום מ-8 קווים:



בצורה כולה יש בסך הכול 12 קווים, ובדוגמה הראשונה לא הצלחנו לכלול במסלול 4 קווים - כחולים מקווקווים.

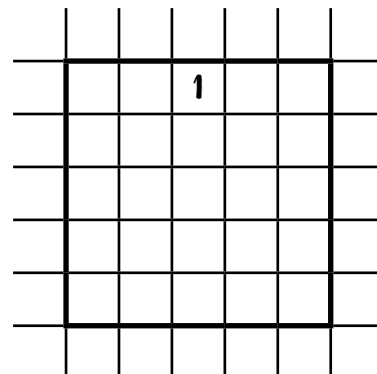
בדוגמה השנייה הצלחנו לצייר מסלול של 9 קווים אדומים, בלי 3 קווים כחולים מקווקווים:



האם אפשר לצייר מסלול מ-10 קווים?

1.7 ריבועי קסם שמידותיהם הן מספרים אי-זוגיים

איך למלא ריבוע קסם שמידותיו הן מספרים אי-זוגיים כך שהמספרים יתחילו ב-1 וסכום כל שורה, טור ואלכסון יהיה שווה?
 ניקח לדוגמה את הריבוע 5×5 .
 נרשום את המספר 1 בשורה העליונה במשבצת האמצעית:



מכאן והלאה נרשום את המספרים לפי הסדר באלכסון למעלה וימינה.

לכן נכתוב 2 מעל מסגרת הלוח באלכסון מ-1:

			(2)	
		1		

אלא שהכלל הוא שאי אפשר לשבץ מספרים מחוץ למסגרת, ומכיוון שהמספר 2 יוצא ממסגרת הלוח, נכתוב אותו בצד האחר של הלוח, במקרה הזה באותו טור, ובתוך הלוח:

		1		
			2	

גם את המספר 4 נכתוב בצד האחר של הלוח באותה שורה:

			(2)	
		1		
4				(4)
			3	
			2	

נכתוב את המספר 5 באלכסון ל-4:

			(2)	
		1		
	5			
4				(4)
			3	
			2	

איפה נכתוב את המספר 6? הרי הוא אמור להיות במשבצת של 1.

הכלל הבא קובע שאם אי אפשר לשבץ מספר בלוח כי מספר אחר תופס את מקומו, נרשום אותו במשבצת מתחת למספר הקודם. כלומר 6 יהיה מתחת ל-5:

			(2)	
		1		
	5			
4	6			(4)
				3
			2	

הגיע תורו של המספר 16 - כאשר ננסה לשבץ אותו בלוח, נראה שהוא יוצא מהלוח למעלה ובצד ימין:

			(2)	(9)	(16)
		1	8	15	
	5	7	14		
4	6	13			(4)
10	12			3	(10)
11			2	9	

לפי הכלל הבא החל על מספר שיוצא מהלוח למעלה ובצד ימין, נשבץ את המספר 16 מתחת למספר הקודם 15.

זהו המשך המסלול בלוח:

		(18)	(25)	(2)	(9)	(16)
17	24	1	8	15	(17)	
23	5	7	14	16	(23)	
4	6	13	20	22	(4)	
10	12	19	21	3	(10)	
11	18	25	2	9		

סיכום הכללים של השלמת מספרים בריבוע קסם אי-זוגי:

1. אם מספר יוצא ממסגרת הלוח, משבצים אותו בצד האחר של הלוח באותה שורה או באותו טור.
2. אם אי אפשר לשבץ מספר כי מספר אחר תופס את מקומו, רושמים אותו במשבצת מתחת למספר הקודם.
3. אם מספר יוצא מהלוח למעלה ובצד ימין, כותבים אותו מתחת למספר הקודם.

שאלות:

א. בלוח חאח, מהו הביטוי שמייצג את המספר שנמצא באמצע הלוח? (בלוח 5×5 , נמצא באמצע הלוח).

ב. בלוח חאח, מהו הביטוי שמייצג את הסכום של כל שורה, טור ואלכסון בלוח? (במקרה של לוח 5×5 , סכום כל שורה, טור ואלכסון הוא 65).

ג. השלימו את הטבלה:

מידות הלוח	המספר באמצע הלוח	סכום כל שורה, טור ואלכסון בלוח
3×3		
5×5	13	65
7×7		
9×9		
$n \times n$		

1.8 גורמים ומכפלות עד 100

התחלה

9	3	27	1	12	4				

א. המטרה היא לשבץ בלוח מספרים מ-1 עד 100 רבים ככל האפשר. אין לשבץ מספר יותר מפעם אחת, ולכן אחרי שתשבצו אותו, כדאי למחוק אותו - לסמן קו על המספר.

ב. תחילה רשמו מספר במשבצת השמאלית העליונה. המספר אחריו (מימינו) חייב להיות כפולה של המספר הקודם או גורם של המספר הקודם. בדוגמה למעלה 3 הוא גורם של 9, אחריו 27 הוא כפולה של 3, אחריו 1 הוא גורם של 27, אחריו 12 הוא כפולה של 1, וכן הלאה.

1.9 מננה משותף לפי מספרים ראשוניים

נשתמש בפירוק לגורמים ראשוניים כדי למצוא את המננה המשותף הקטן ביותר של שני מספרים או יותר.

השיטה היא לפרק כל מספר לגורמים ראשוניים. המננה המשותף הוא המספר ששווה למכפלת מספר ההופעות הגדול ביותר של כל מספר ראשוני בפירוק המספרים.

לדוגמה נשתמש במספרים 180 ו-120.

נפרק אותם לגורמים ראשוניים:

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

נשווה בין מספר הפעמים שכל מספר ראשוני מופיע.

המספר הראשוני 2 מופיע 3 פעמים ב-120 ופעמיים ב-180. לכן במננה המשותף יופיע המספר 2 שלוש פעמים.

המספר הראשוני 3 מופיע פעם אחת ב-120 ופעמיים ב-180. לכן במכנה משותף יופיע המספר 3 פעמיים.

המספר ראשוני 5 מופיע פעם אחת ב-120 וב-180. לכן במכנה המשותף יופיע המספר 5 פעם אחת. לכן זהו המכנה המשותף הקטן ביותר:

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

1.10 שברים מתמשכים

נחשב את תוצאות התרגילים האלה שיש בהם הרבה שברים - שברים בתוך שברים.

$$\text{לדוגמה נחשב את התוצאה של התרגיל הזה: } 3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}$$

$$\text{נתחיל במכנה } 4 + \frac{1}{5} \text{ ונכתוב אותו בשבר פשוט: } 4 + \frac{1}{5} = 4 \frac{1}{5} = \frac{21}{5}$$

$$\text{עכשיו התרגיל נראה כך: } 3 + \frac{1}{\frac{21}{5}}$$

$$\text{נפשט את החלק הזה בתרגיל: } \frac{1}{\frac{21}{5}}. \text{ אפשר להמיר את השבר הזה לתרגיל חילוק: } 1 : \frac{21}{5}$$

$$\text{נהפוך את תרגיל החילוק לתרגיל כפל בהופכי: } 1 : \frac{21}{5} = 1 \cdot \frac{5}{21} = \frac{5}{21}$$

$$\text{נקבל את התרגיל הזה: } 3 + \frac{5}{21}$$

$$\text{נכתוב את התשובה בשבר מעורב ושבר פשוט: } 3 \frac{5}{21} = \frac{68}{21}$$

כעת נחשב את התרגיל מחדש בדרך אחרת - בטבלה:

		3	4	5
0	1	3	13	68
1	0	1	4	21

המספרים 3, 4 ו-5 בשורה העליונה הם המספרים בתרגיל שאינם המונים.

הערה: הטבלה מתאימה לתרגיל שבו כל המונים הם 1.

איך מחשבים את המספרים האדומים בשורה השנייה של הטבלה? המספר האדום 3 הוא התוצאה של 3 בשורה למעלה כפול 1 בשורה השנייה ועוד 0 בשורה שנייה. המספר האדום 13 הוא התוצאה של 4 בשורה ראשונה כפול 3 אדום בשורה השנייה ועוד 1 בשורה השנייה. המספר האדום 68 הוא התוצאה של 5 בשורה הראשונה כפול 13 אדום ועוד 3 אדום (המספרים בשורה השנייה).

את המספרים האדומים בשורה השלישית נוכל לחשב בתרגיל עם המספרים השחורים בשורה הראשונה והמספרים השחורים 0 ו-1 בשורה השלישית.

1.11 פיבונאצ'י ואלגברה

1, , , , , , , , , 139

כאן יש סוג של סדרת פיבונאצ'י, ובה כל מספר, מהמספר השלישי והלאה, שווה לסכום שני המספרים הקודמים לו. בדוגמה הזאת יש 9 מספרים - הראשון הוא 1, והאחרון הוא 139. עלינו למצוא את המספרים שנמצאים ביניהם. באיבר השני בסדרה אפשר לנסות מספרים שונים ולהמשיך את הסדרה לפי הכלל לעיל ולבדוק אם בסוף התוצאה היא 139. למשל נבדוק אם המספר השני בסדרה הוא 4:

1, 4, 5, 9, 14, 23, 37, 60, 97

קיבלנו 97 במקום 139, לכן המספר השני צריך להיות גדול מ-4. השיטה הזאת לא יעילה.

בעזרת אלגברה נוכל לגלות את המספר השני בלי לנחש. את המספר השני נסמן ב- x . המספר אחריו יהיה $x + 1$. המספר הרביעי הוא הסכום של x ושל $x + 1$, כלומר $2x + 1$. המספר החמישי הוא הסכום של $x + 1$ ושל $2x + 1$, כלומר $3x + 2$.

נמשיך כך והביטויים למספרים השישי, השביעי והשמיני יהיו $5x + 3$, $8x + 5$ ו- $13x + 8$. כדי לחשב את x , נכתוב את המשוואה הזאת שמשווה בין המספר האחרון לביטוי שלו:

$$8x + 5 + 13x + 8 = 139$$

$$21x + 13 = 139$$

$$21x = 126$$

$$x = 6$$

מצאנו ש- x שווה 6. נציב אותו בסדרה כמספר השני, ונשלים את הסדרה:

1, 6, 7, 13, 20, 33, 53, 86, 139

לסיכום, אלה הביטויים של המספרים בסדרה, ובסוף נשווה את המספר האחרון לביטוי שלו:

$$1, x, x + 1, 2x + 1, 3x + 2, 5x + 3, 8x + 5, 13x + 8, 139 = 21x + 13$$

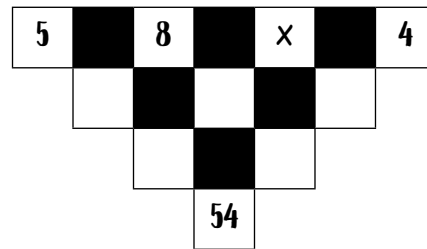
1.12 אלגברה בפירמידות

בפירמידה המספר בכל משבצת (חוץ מהמספרים בשורה העליונה) שווה לסכום שני המספרים שנמצאים מעליו באלכסון. דוגמה: המספר 13 בשורה השנייה הוא סכום של 4 ו-9.

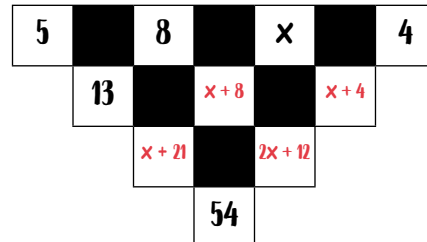
4		9		8		6
	13		17		14	
		30		31		
			61			

בתרגילים בחוברת הפעילויות חסר מספר בשורה העליונה, והוא מסומן ב- x . לפי המספר בתחתית הפירמידה, עליכם למצוא את הערך של x בעזרת אלגברה.

דוגמה לפתרון:



נציב את הביטויים של המספרים החסרים:



התרגיל:

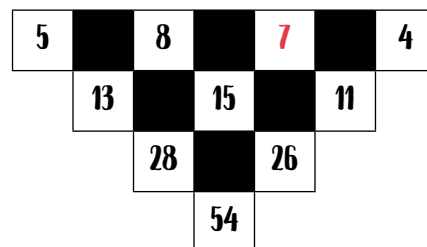
$$x + 21 + 2x + 12 = 54$$

$$3x + 33 = 54$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

נציב את המספר 7 במקום x ונבדוק:



1.13 אלגברה בשני נעלמים

עליכם למצוא כמה שווים המשתנים x ו- y כך ששתי המשוואות יתקיימו. כמה מהתרגילים בחוברת הפעילויות אפשר לפתור על ידי חיבור שתי משוואות.

$$\text{דוגמה: } x + y = 11$$

$$x - y = 3$$

$$\begin{array}{r} x + y = 11 \\ + \quad x - y = 3 \\ \hline 2x = 14 \\ x = 7 \end{array}$$

כשמחברים את שתי המשוואות, המשתנה y מתבטל, והתוצאה היא $2x = 14$ או $x = 7$. ברגע שידעו כמה שווה משתנה אחד, אפשר להציב אותו באחת מהמשוואות כדי לחשב את המשתנה האחר.

כאן יש שבעה תרגילים שעליכם לפתור. התרגילים האלה דומים לתרגילים בחוברת הפעילויות.

א. $x + y = 6$

$x - y = 2$

ב. $x + y = 11$

$x - y = 5$

ג. (בתרגיל זה המשתנים אינם מספרים שלמים.)

$x + y = 4$

$x - y = 1$

ד. $2x + y = 16$

$x - y = 2$

ה. $2x + 2y = 18$

$x - 2y = 3$

ו. $5x + 3y = 33$

$x - 3y = 3$

ז. $5x + 3y = 19$

$4x - 2y = 2$

הערה: כדי לפתור את התרגיל הזה, קודם כול יש לכפול כל משוואה במספר מסוים כדי שלאחר מכן יהיה אפשר לבטל את אחד המשתנים. במקרה הזה נבטל את המשתנה y כאשר נכפיל את המשוואה הראשונה ב-2 ואת המשוואה השנייה ב-3. המכפלות מסומנות מימין ללוחסן:

$$5x + 3y = 19 \quad / \cdot 2$$

$$4x - 2y = 2 \quad / \cdot 3$$

$$10x + 6y = 38$$

$$12x - 6y = 6$$

$$22x = 44$$

$$x = 2$$

1.14 אלהברה בשלושה נעלמים

כדי למצוא את שלושת המשתנים בתרגיל של שלוש משוואות, ניקח שני זוגות של משוואות ונבטל פעמיים את אותו משתנה. בדוגמה למטה נבטל את y . התוצאה תהיה שתי משוואות עם המשתנים x ו- z . אז נבטל את z כדי לקבל את x . נציב x באחת מהמשוואות עם המשתנים x ו- z כדי לגלות את z . נציב x ו- z באחת מהמשוואות המקוריות כדי לגלות את y .

הערה: המשוואה המסומנת באות d היא סכום המשוואות a ו- b . המשוואה המסומנת באות e היא סכום המשוואות a ו- c :

התשובה הסופית היא $(2, 4, 6)$.

$$a. 4x + y + z = 30$$

$$b. 2x + y + 2z = 20$$

$$c. 3x - 2y - z = 8$$

$$a. 4x + y + z = 30$$

$$b. 2x + y + 2z = 20 / \cdot -1$$

$$a. 4x + y + z = 30$$

$$b. -2x - y - 2z = -20$$

$$d. 2x - z = 10$$

$$a. 4x + y + z = 30 / \cdot 2$$

$$c. 3x - 2y - z = 8$$

$$a. 8x + 2y + 2z = 60$$

$$c. 3x - 2y - z = 8$$

$$e. 11x + z = 68$$

$$d. 2x - z = 10$$

$$e. 11x + z = 68$$

$$13x = 78 / :13$$

$$x = 6$$

$$e. 11x + z = 68$$

$$11 \cdot 6 + z = 68$$

$$z = 2$$

$$a. 4x + y + z = 30$$

$$4 \cdot 6 + y + 2 = 30$$

$$y = 4$$



2.1 ניסוי ומשחק כפל של 1 עד 144

המטרה היא לגלות כמה פעמים מטילים קוביות עד שצובעים את כל הלוח.

א. הטילו שתי קוביות מיוחדות (בכל קובייה מיוחדת המספרים הם 1 עד 12, לעומת קובייה רגילה שבה המספרים הם 1 עד 6), וכפלו את המספרים. צבעו את המכפלה בלוח. אם המכפלה כבר צבועה (מהפעם השנייה והלאה), סמנו קו מתחת לטבלה ב"מספר הפסילות". (סמנו קבוצות של חמישה קווים: ארבעה קווים מאונכים, ועליהם קו חמישי מאוזן.) המשיכו עד שהלוח כולו יהיה צבוע. רשמו כמה הטלות היו בסך הכול עד שכל הלוח נצבע, כלומר הוסיפו 59 (מספר המשבצות בלוח) למספר הפסילות, ותקבלו את מספר ההטלות הכולל.

ב. לפני המשחק שערנו כמה הטלות יידרשו כדי לצבוע את כל הלוח: _____.

ג. חשבו את ממוצע ההטלות הנדרשות של הכיתה.

2.2 מרוץ שברים ועוד שני מרוצים

בפעילות זו יש שלושה מרוצים:

א. הטבלה העליונה בחוברת הפעילויות תשמש למשחק בשברים: הטילו שתי קוביות - המספר הקטן יהיה המונה של השבר, והמספר הגדול יהיה המכנה של השבר. דוגמה: אם יתקבלו המספרים 2 ו-5, השבר יהיה $\frac{2}{5}$. אם אפשר, צמצמו את השבר: למשל $\frac{2}{6}$ יצמצם ל- $\frac{1}{3}$. אם בשתי הקוביות יהיה מספר שווה, השבר ייחשב מספר שלם (1).

ב. הטבלה התחתונה הימנית בחוברת הפעילויות תשמש למשחק סביבון: סובבו סביבון, וסמנו בטבלה איזו אות התקבלה, עד שאחת האותיות תקבל 20 נקודות.

איך אפשר לדעת מתוצאות המרוץ אם הסביבון כשר?

ג. בטבלה התחתונה השמאלית בחוברת הפעילויות שחקו במשחק "מרוץ ההפרשים": עליכם להטיל שתי קוביות ולחשב את ההפרש בין שני המספרים בקוביות. דוגמה: אם בהטלת הקוביות מתקבלים המספרים 3 ו-6, אזי ההפרש ביניהם הוא 3 (6-3), ואם מתקבלים המספרים 4 ו-4, אזי ההפרש ביניהם הוא 0. סמנו כל הפרש כזה בנקודה. חזרו על הפעולות האלה כמה פעמים, ובדקו איזה הפרש מהמספרים 0 עד 5 הוא הראשון שמקבל 20 נקודות.

בעקבות "מרוץ ההפרשים" אפשר לשחק גם את המשחק הזה:

1. במשחק (מיועד לשני שחקנים) המספרים 0, 2 ו-4 שייכים לשחקן א', והמספרים 1, 3 ו-5 שייכים לשחקן ב'. הטילו שתי קוביות, וחשבו את ההפרש בין שני המספרים שבקוביות. השחקן שההפרש שייך לו יקבל נקודה. לאיזה שחקן יש סיכוי טוב יותר לנצח כאשר מטילים קוביות 20 פעמים?

מומלץ למלא את לוח ההפרשים (חלק מהלוח כבר פתור) כדי לחשב את ההסתברויות:

-	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2			
2	1					
3						
4						
5						
6						

2. רשמו את ההסתברויות לקבלת כל הפרש:

- 0

- 1

- 2

- 3

- 4

- 5

3. שחקו את המשחק בשנית, אך הפעם לשחקן א' ישויכו המספרים 0, 1 ו-2, ולשחקן ב' ישויכו המספרים 3, 4 ו-5. האם המשחק הוגן ולשני השחקנים סיכוי שווה לנצח? הסבירו.

4. תנו דוגמה לחלוקה הוגנת של ההפרשים בין שני השחקנים.

2.3 בינו שברים

מטרת המשחק היא להיות השחקן הראשון שמוציא את כל 15 הדסקיות מהלוח (או כל מספר אחר של דסקיות שהשחקנים מסכימים עליו).

כל שחקן יניח 15 דסקיות על הלוח שלו (הניחו את הדסקיות קצת מתחת למספרים בתוך העיגול כדי שתוכלו לראות אותם). אפשר להניח יותר מדסקית אחת מתחת למספר מסוים. מותר שיהיו משבצות ללא דסקית.

כל שחקן יטיל בתורו שתי קוביות. משתי הקוביות מתקבל שבר לפי ההוראות בפעילות 2.2. כל שחקן (לא רק השחקן שהטיל את הקוביות) יוציא דסקית אחת מהמשבצת של השבר שהתקבל (אם יש לו דסקית במשבצת הזאת).

באילו מספרים כדאי להניח את כל 15 הדסקיות?

המשחק מיועד לכל מספר שהוא של שחקנים.

5 1+4	10 2+5	4 1+3	9 3+3
0 4-4	12 6×2	30 5×6	2 6:3
6 3×2	25 5×5	15 3×5	8 2+6
11 5+6	1 5:5	7 3+4	3 6:2

א. בתחילת המשחק כל שחקן ירשום בכל תא בלוח של 4x4 מספר שלם מ-0 עד 36 לפי בחירתו - בסך הכול 16 מספרים. אין לחזור על אותו מספר. את המספרים רשמו בחלק העליון של התאים. (בהמשך נראה שלא כל מספר מ-0 עד 36 כדאי לרשום בלוח.)

5	10	4	9
0	12	30	2
6	25	15	8
11	1	7	3

דוגמה של לוח עם 16 מספרים רשומים:

ב. הטילו את שתי הקוביות.

ג. רשמו בלוח המשחק תרגיל (חיבור, חיסור, כפל או חילוק) בשני המספרים שהתקבלו בהטלה שהתוצאה שלו היא מספר שרשום בלוח שלך. את התרגיל רשמו מתחת למספר שהוא התוצאה של התרגיל. אם אין על הלוח מספר שהוא תוצאה של תרגיל בשני המספרים, חכו לתור הבא. אם משני המספרים יש יותר מתוצאה אחת בלוח, רשמו תרגיל אחד בלבד.

דוגמאות:

- אם המספרים בהטלת הקוביות הם 6 ו-2, אפשר לרשום מתחת לאחד מהמספרים האלה כך: 8 (לרשום מתחתיו 6+2), 4 (לרשום מתחתיו 2-6), 12 (לרשום מתחתיו 6x2) או 3 (לרשום מתחתיו 6:2) - בתנאי שהם רשומים בלוח המשחק.

- אם המספרים בהטלת הקוביות הם 2 ו-3, אפשר לרשום תרגילים מתחת למספרים 5, 1 או 6. במקרה זה אי אפשר לקבל מספר שלם בתרגיל חילוק.

ד. המנצח הוא השחקן הראשון שישלים שמונה רביעיות - כל רביעייה תהיה מורכבת ממספרים הנמצאים על אותו טור, אותה שורה או אותו אלכסון.

ה. אילו מספרים מ-0 עד 36 אי אפשר לקבל בהטלת שתי קוביות?

ו. חשבו את ההסתברות לקבל את כל המספרים מ-0 עד 36. כדאי קודם להשלים את הלוחות של ארבע פעולות החשבון שבעמוד הבא.

המספר	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ההסתברות				$\frac{14}{144}$									

המספר	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
ההסתברות												

המספר	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
ההסתברות						$\frac{2}{144}$						

לוחות של ארבע פעולות חשבון לחישוב ההסתברויות

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

-	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

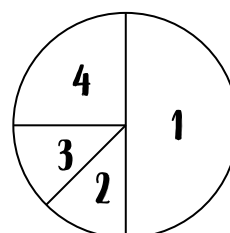
×	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

:	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

2.5 "גלגל אותה"

לפני המשחק כל שחקן יבנה לעצמו גלגל מזל - ראו את סרטון ההוראות באתר "כיף עם ג'יף":

[הסרטון](#)



גלגל המזל מחולק לארבעה חלקים. בחלק הגדול ביותר, שהוא חצי משטח העיגול, רשום 1. בשני החלקים שהם שמינית משטח העיגול רשומים המספרים 2 ו-3, מספר אחד בכל חלק. בחלק הרביעי רשום המספר 4.

שאלה: איזה חלק משטח העיגול הוא החלק של מספר 4?

הוראות המשחק:

המשחק מיועד ל-2 עד 5 שחקנים.

א. השחקנים יחלקו ביניהם את הסכומים שאפשר לקבל כשמחברים את המספרים שמתקבלים בגלגל המזל של כל שחקן.

לדוגמה, אם משחקים 3 שחקנים, אלה הסכומים האפשריים:

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

יש 10 סכומים אפשריים, ולכן כל שחקן יבחר 3 סכומים. (יהיה סכום אחד שאף שחקן לא יקבל).

הערה: כדאי שכל שחקן יבחר סכום בתורו עד שכל שחקן יבחר 3 סכומים.

ב. כל השחקנים יגלגלו יחד את הגלגלים שלהם ויחברו את המספרים שמתקבלים בגלגל. השחקן שבחר את הסכום המתקבל יקבל נקודה.

ג. השחקן הראשון שיגיע ל-10 נקודות (או כל מספר נקודות אחר שמחליטים עליו) הוא המנצח.

אחרי הפעילות בחוברת הפעילויות ענו על השאלות:

1. 2 שחקנים משחקים במשחק. כיצד אפשר לחלק ביניהם את הסכומים האפשריים כדי שהמשחק יהיה הוגן?

2. מהם הסכומים האפשריים כאשר 5 שחקנים משחקים?

חמישייה 2.6

א. במשחק "חמישייה" כל שחקן יטיל בתורו חמש קוביות. אחרי ההטלה הראשונה השחקן יוכל לשמור בצד כמה קוביות שירצה ואז להטיל את הקוביות הנותרות. גם אחרי ההטלה השנייה הוא יוכל לשמור קוביות בצד. הוא יוכל גם להחליף את הקוביות שהוא שמר אחרי ההטלה הראשונה. אפשר להטיל קוביות עד שלוש פעמים. אחר כך יבוא תורו של השחקן הבא.

ב. כל שחקן ינסה למלא 13 משימות. את תוצאות המשימות הוא יסמן במשבצות בטור שלו בלוח התוצאות. הטור של כל שחקן בלוח התוצאות מחולק לשני חלקים: החלק העליון והחלק התחתון. בחלק העליון יש 6 משימות: לקבל כמה שיותר פעמים את המספר 1, את המספר 2, את המספר 3, את המספר 4, את המספר 5 ואת המספר 6. דוגמה: אם בחמש הקוביות מקבלים את המספרים 1, 3, 3, 3 ו-3, אפשר לרשום במשבצת של 3 ולקבל 12 נקודות - 4 כפול 3. אם סכום הנקודות הוא 63 או יותר, מקבלים בונוס של 35 נקודות. הערה: אם ב-6 תורות מקבלים 3 קוביות של אותו מספר מ-1 עד 6, הסכום של החלק העליון יהיה בדיוק 63, ומקבלים את הבונוס של 35 נקודות.

המשימות **בחלק התחתון** של לוח התוצאות:

1. שלישייה של אותו מספר - אם יש שלישייה או יותר של אותו מספר, מחברים את המספרים

שב-5 הקוביות וכותבים את הסכום בלוח.

2. רביעייה של אותו מספר - אם יש רביעייה או יותר של אותו מספר, מחברים את המספרים שב-5 הקוביות וכותבים את הסכום בלוח.
3. בית מלא - אם מקבלים בקוביות זוג ושלישייה, זוכים ב-25 נקודות.
4. רצף של 4 - אם מקבלים לפחות 4 מספרים ברצף כמו 1, 2, 3 או 1-4 או 2, 3, 4 או 1-5, 6-1, זוכים ב-30 נקודות.
5. רצף של 5 - אם מקבלים 5 מספרים ברצף, זוכים ב-40 נקודות. יש שתי אפשרויות למצב כזה: 1, 2, 3, 4 או 1-5, 2, 3, 4, 5-1.
6. חמישייה של אותו דבר - אם מקבלים חמישייה של אותו מספר, זוכים ב-50 נקודות. בכל פעם נוספת שמקבלים חמישייה, זוכים ב-100 נקודות. חמישייה נוספת, כלומר מהפעם השנייה שמקבלים חמישייה, אינה נחשבת תור - אם יש חמישייה נוספת, מקבלים 14 תורות במקום 13.
7. הזדמנות - מחברים את כל הקוביות.

- ג. השחקן שיצבור את מספר הנקודות הגדול ביותר במשחק הוא המנצח.
- הערות: אחרי שכותבים מספר בלוח, אסור למחוק אותו ולהחליף אותו במספר אחר. אם לא מצליחים לבצע משימה מסוימת, חייבים לכתוב בלוח 0.

פארקל 2.7

אלה כללי המשחק "פארקל":

- א. המשחק מיועד ל-2 עד 5 משתתפים.
- ב. השחקן הראשון שיצבור 10,000 נקודות לפחות הוא המנצח.
- ג. כל שחקן יטיל בתורו שש קוביות כדי לקבל לפחות אחד מהמצבים שבטבלה. אם שחקן יקבל מצבים שכתובים בטבלה, הוא יבחר את הקוביות של המצבים וישמור אותן בצד. (הוא לא חייב לשמור כל מצב שיקבל, אבל הוא חייב לשמור לפחות מצב אחד).
- ד. אפשר להמשיך להטיל קוביות לא שמורות. אסור להטיל קוביות שמורות.
- ה. אחרי כל הטלת קוביות, השחקן יחליט אם הוא יעצור ויפקיד את הנקודות ב"חשבון" שלו לפי הקוביות שנותנות נקודות או שהוא יטיל שוב את הקוביות שהוא לא שמר בתקווה שהוא יקבל נקודות על פי המצבים בטבלה. אם הוא לא יקבל נקודות על פי המצבים בטבלה, הוא יאבד את הנקודות שהוא קיבל בתור זה. "פארקל" הוא המצב שבו שחקן לא קיבל נקודות בהטלת הקוביות. במצב כזה יהיה תורו של השחקן הבא להטיל שש קוביות.
- ו. אחרי ששחקן יפקיד נקודות ב"חשבון" או כאשר שחקן יהיה במצב "פארקל", התור יעבור לשחקן הבא.
- ז. אסור לשחקן להוסיף נקודות למצב שהוא קיבל בהטלות קודמות. למשל אם שחקן יטיל שש קוביות ויקבל שלישייה של 2 והוא ישמור אותן בצד ואז בהטלה הבאה הוא יקבל את המספר 2, הוא לא יוכל לצרף את ה-2 החדש לשלישייה ולטעון שיש לו רביעייה של 2.

אם שחקן ישמור את כל שש הקוביות וירצה להמשיך להטיל קוביות, עליו להטיל את כל שש הקוביות. שש קוביות שמורות הן "קוביות חמות".



דוגמאות למהלכים של שחקן אחד:

תור א':

המספרים בהטלה הראשונה של הקוביות: 1, 1, 2, 3, 4, 4.

השחקן מחליט לשמור את שתי הקוביות של 1 בצד. אם הוא עוצר עכשיו, יש לו 200 נקודות, אבל השחקן מחליט להמשיך להטיל את ארבע הקוביות האחרות.

המספרים בהטלה השנייה של ארבע הקוביות: 1, 2, 5, 6.

1 ו-5 נותנים לו 150 נקודות ($150 = 50 + 100$).

אם הוא עוצר עכשיו, יש לו בסך הכול 350 נקודות ($350 = 150 + 200$), אבל השחקן מחליט לשמור רק את 1 ולא לשמור את 5 ולהמשיך להטיל. לפני ההטלה הבאה יש לו 300 נקודות ($300 = 100 + 200$).

שאלה 1: למה השחקן אינו שומר גם את 5?

המספרים בהטלה השלישית של שלוש קוביות: 2, 6, 6.

כלומר אין לו נקודות מהטלת הקוביות - יש לו "פארקל". לכן הוא אינו מקבל נקודות בתור הזה, והוא מאבד את 300 הנקודות שצבר.

תור ב':

המספרים בהטלה הראשונה של הקוביות: 1, 1, 1, 5, 6.

השחקן שומר את ארבע הקוביות של 1 בצד. אם הוא עוצר עכשיו, יש לו 1,100 נקודות, אבל השחקן מחליט להמשיך להטיל את שתי הקוביות האחרות.

המספרים בהטלה השנייה של שתי הקוביות: 5, 5.

5 ו-5 נותנים לו עוד 100 נקודות ($100 = 50 + 50$). בינתיים יש לשחקן 1,200 נקודות בתור הזה. כל שש הקוביות השמורות הן "קוביות חמות". השחקן מחליט להטיל שוב קוביות, ולכן הוא מטיל את כל שש קוביות.

המספרים בהטלה השלישית: 2, 2, 3, 4, 5, 5.

השחקן שומר בצד קובייה אחת של 5, וכך הוא מקבל עוד 50 נקודות. בינתיים יש לו בתור הזה 1,250 נקודות. הוא מחליט להטיל שוב קוביות - 5 קוביות.

המספרים בהטלה הרביעית: 1, 3, 4, 5, 6.

השחקן שומר את הקוביות של המספרים 1 ו-5, וכך הוא מקבל עוד 150 נקודות.

השחקן מחליט לא להטיל שוב קוביות כדי להימנע מהסיכון שבהטלה הבאה הוא יקבל "פארקל" ויאבד את כל הנקודות שהוא צבר בתור הזה. בסך הכול יש לו 1,400 נקודות בתור הזה ($1,400 = 150 + 1,250$). לכן השחקן מוסיף ל"חשבון" שלו 1,400 נקודות. התור עובר לשחקן הבא.

שאלה 2: כאשר מטילים קובייה אחת, מה ההסתברות לקבל נקודות (כלומר לא לקבל "פארקל")?

שאלה 3: כאשר מטילים שתי קוביות, מה ההסתברות לקבל נקודות (כלומר לא לקבל "פארקל")?

שאלה 4: כאשר מטילים שלוש קוביות, מה ההסתברות לקבל נקודות (כלומר לא לקבל "פארקל")?

חלק 3: חשיבה מתמטית ולוגיקה

3.1 מסלול מ-1 עד 36

שבצו מספרים בלוח כך שיווצר מסלול של מספרים מ-1 עד 36. מספרים עוקבים, למשל 1 ו-2 או 2 ו-3, יהיו במשבצות צמודות (למטה, למעלה, הצידה אבל לא באלכסון). יש לשבץ מספרים בכל המשבצות.

הפתרון:

35	36	31	30	25	24
34	33	32	29	26	23
7	8	9	28	27	22
6	1	10	19	20	21
5	2	11	18	17	16
4	3	12	13	14	15

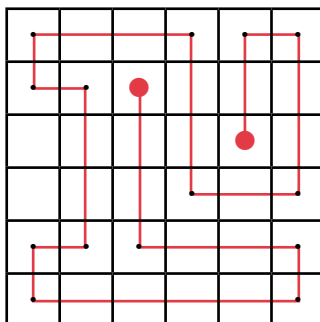
דוגמה:

	36				24
	33		29		
	8				
	1		19		
4		12			15

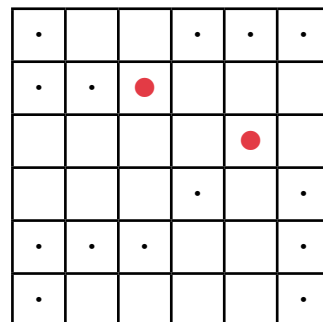
3.2 נחש ישר זווית

- ראו למטה ציור של "נחש" ישר זווית. "הראש" ו"הזנב" של הנחש מסומנים בנקודות גדולות.
- על הנחש לעבור דרך כל הנקודות הקטנות, ובכל נקודה קטנה הנחש יפנה בזווית ישרה. אין לעבור דרך נקודה קטנה ולהמשיך ישר. אין לפנות במשבצת ריקה. גופו של הנחש אינו חייב לעבור דרך כל המשבצות של הלוח.
- אם התחלתם בנקודה גדולה אחת ואתם מתקשים להתקדם, נסו להתחיל בנקודה הגדולה האחרת.

הפתרון:



דוגמה:



3.3 בול-פגיעה בשלושה מספרים

- מטרת המשחק היא לגלות מספר תלת-ספרתי באמצעות רמזים על מקום הספרות במספר. נניח שעלינו לגלות את המספר 579. אם הניחוש הראשון שלנו הוא שהמספר הוא 673, תינתן לנו בתשובה האות F, כלומר אחת הספרות במספר 673 נמצאת במקום הנכון שלה כמו במספר 579, אבל לא נאמר לנו איזו מהספרות נמצאת במקום שלה (במקרה זה הספרה 7, ספרת העשרות).
- אם הניחוש שלנו הוא המספר 509, נקבל בתשובה את האותיות FF כי הספרות 5 ו-9 נמצאות במקום הנכון שלהן.



3. אם הניחוש שלנו הוא המספר 691, נקבל בתשובה את האות P, כלומר אחת הספרות (9) נמצאת במספר שעלינו לגלות אך לא במקום הנכון שלה. (במספר 579 היא ספרת היחידות, ואילו בניחוש שלנו היא ספרת העשרות.)
4. אם הניחוש שלנו הוא המספר 657, נקבל בתשובה את האותיות PP כי שתי הספרות 5 ו-7 נמצאות במספר אבל לא במקום הנכון.
5. אם הניחוש שלנו הוא 590, נקבל בתשובה את האותיות FP או PF (אין חשיבות לסדר האותיות), כלומר ספרה אחת נמצאת במקום הנכון, וספרה אחרת נמצאת במספר אבל לא במקום הנכון.
6. אם הניחוש שלנו הוא המספר 308, נקבל בתשובה את האות B - אף ספרה אינה נכונה.
7. האם אחרי שננחש את המספר, ייתכן שנקבל בתשובה את האותיות FFP? הסבירו.
- B - כלום** (אף ספרה אינה נכונה).
- P - פגיעה** (אחת הספרות מופיעה במספר, אבל לא במקום הנכון).
- F - בול** (אחת הספרות מופיעה במקום הנכון).

3.4 מוקשים

בכל לוח כבר יש ארבעה מוקשים המסומנים במשבצות שחורות. עליכם למצוא עוד ארבעה מוקשים. כל מספר במשבצת הוא מספר המוקשים שנוגעים בה מעליה, מתחתיה, בצידה או באלכסון. אין מוקש במשבצת שיש בה מספר.

לדוגמה בלוח הזה יש שמונה מוקשים. כמה מהמספרים כבר כתובים בלוח. השלימו את המספרים החסרים:

	2	1	1	0	0
1	3		2	1	1
1	3		2	1	

3.5 מערכת צינורות למיין חבילות לפי משקלן

ההסבר לפעילות הזאת כתוב בחוברת הפעילויות.

3.6 פתוח-סגור-פתוח

- א. סדרו מספר זוגי של קלפים במעגל כך שליד כל קלף פתוח (גלוי) יהיה קלף סגור (מוסתר).
ב. אם במעגל יש שלושה קלפים סמוכים באחד משני המצבים האלה:

- פתוח-סגור-פתוח
- סגור-פתוח-סגור

אז אפשר להפוך את שלושת הקלפים. כלומר אם שלושה קלפים סמוכים מסודרים בסדר של פתוח-סגור-פתוח, אפשר להפוך אותם לסדר של סגור-פתוח-סגור.

בהתחלה כל הקלפים מסודרים לסירוגין - פתוח וסגור, ולכן אפשר לבחור איזו שלישייה שרוצים כדי להפוך אותם, אבל בהמשך המשחק לא תמיד יש שלושה קלפים סמוכים מסודרים בסדר פתוח-סגור-פתוח או סגור-פתוח-סגור.

ג. המטרה היא להגיע למצב שבו יש כמה שפחות קלפים פתוחים או סגורים. מספר הקלפים האופטימלי של הקלפים הפתוחים והסגורים בכל מעגל רשום בטבלה בחוברת הפעילויות.

דוגמה: 10 קלפים מסודרים במעגל בסדר של פתוח-סגור-פתוח, והמטרה היא להגיע למצב שבו יש 8 קלפים פתוחים ו-2 קלפים סגורים או להפך - 8 קלפים סגורים ו-2 קלפים פתוחים על ידי המהלכים שבסעיף ב'.

3.7 מילה משוחפת

ההסבר לפעילות הזאת כתוב בחוברת הפעילויות.

3.8 מסלול מ-1 עד 9

מטרת הפעילות היא להתקדם במסלול המספרים בלוח המספרים, מ-1 עד 9. בכל לוחות המספרים המספר 1 נמצא במשבצת השמאלית למעלה.

לוח ההוראות מתחת ללוח המספרים מורה איך להשלים את לוח המספרים. בלוח ההוראות כתובים המספרים 1 ו-2 וחיצים שפונים לכיוונים שונים כדי לדעת איך להתקדם במסלול המספרים בלוח המספרים.

כדי לדעת איפה לכתוב 2 בלוח המספרים, הסתכלו בלוח ההוראות במשבצת המקבילה למשבצת בלוח המספרים שכתוב בה 1: יש בה חץ שפונה ימינה. החץ מורה שמספר 2 יעמוד מימין למספר 1 - במשבצת הסמוכה או במשבצת שאחריה. בלוח שלנו, לפי הפתרון, 2 עומד במשבצת מימין הסמוכה ל-1.

כדי לדעת איפה לכתוב 3 בלוח המספרים, הסתכלו בלוח ההוראות במשבצת המקבילה למשבצת בלוח המספרים שכתוב בה 2: כתוב בה המספר 2. המספר 2 מורה שאת המספר הבא, מספר 3, יש לשבץ במרחק של 2 משבצות מהמספר 2 במאונך או במאוזן. המקום היחיד שאפשר לשבץ בו את המספר 3 הוא המשבצת האמצעית בשורה התחתונה.

לפי לוח ההוראות, המספר 4 צריך להיות במרחק של 1 מ-3 במאונך או במאוזן. יש שלוש אפשרויות, אבל לפי לוח הפתרון, האפשרות הנכונה היא במשבצת השמאלית בשורה התחתונה.

לפי לוח ההוראות, המספר 5 צריך להיות מעל 4. המקום היחיד שאפשר לשבץ בו את 5 הוא במשבצת מעל 4 מכיוון שהמספר 1 כבר משובץ במשבצת העליונה באותו טור.

כך ממשיכים למלא את לוח המספרים. חשוב לוודא שמ-9 בלוח המספרים אפשר להגיע בחזרה ל-1: עליכם לוודא שהחץ או המספר במשבצת בלוח ההוראות המקבילה למשבצת של 9 בלוח המספרים מאפשר הגעה ל-1 בלוח המספרים.

הפתרון:		
1	2	9
5	6	7
4	3	8

לוח ההוראות:		
→	2	←
1	→	1
↑	1	↑

לוח המספרים:		
1		

משחק החיים 3.9

"משחק החיים" הוא בעצם פעילות ולא משחק - חקירה של יצור במשך הדורות.

א. המשבצות השחורות בלוחות למטה הן משבצות "חיות", והן חלק מהיצור. המשבצות הלבנות בלוח אינן "חיות", אבל בהמשך הן יכולות להפוך לשחורות, כלומר למשבצות "חיות" שהן חלק מהיצור.

ב. כל לוח מייצג דור אחר בהתפתחות היצור. מתחילים ביצור נתון בדור 0. כדי לדעת איך היצור מתפתח בדורות הבאים, עליכם לגלות אילו משבצות לבנות הופכות לשחורות בדור הבא, ואילו משבצות שחורות ממשיכות לשרוד בדור הבא (לחלופין, אילו משבצות שחורות הופכות ללבנות בדור הבא).

ג. אפשר לדעת איך היצור מתפתח לפי שני כללים:

1. משבצת הופכת מלבנה לשחורה בדור הבא אם בדור הנוכחי יש מסביב למשבצת לבנה (כלומר, מעל, מתחת, מימין, משמאל ובאלכסון) בדיוק שלוש משבצות שחורות. למשל בלוח 0 למטה, המשבצת C4 היא לבנה, אבל מסביבה יש בדיוק שלוש משבצות שחורות: D5, D3 ו-C5. לכן בלוח הבא - דור 1 - C4 הופכת למשבצת שחורה - משבצת חיה. בפתרון למטה המשבצות שהופכות בדור הבא מלבנות לשחורות מסומנות בצלב כחול.

2. משבצת שחורה שורדת ועוברת לדור הבא אם מסביבה יש שתיים או שלוש משבצות שחורות, ולא - היא הופכת ללבנה בדור הבא. למשל בדור 0, מסביב למשבצת השחורה E4 יש שלוש משבצות שחורות: D3, E5 ו-D5. לכן E4 נשארת שחורה בדור 1. לעומת זאת המשבצת השחורה D3 אינה שורדת לדור הבא כי מסביבה יש רק משבצת שחורה אחת - E4. לכן בדור 1, D3 הופכת למשבצת לבנה. בפתרון למטה, האיקס האדום מראה שהמשבצת השחורה לא תעבור לדור הבא כי מסביבה יש פחות משתי משבצות שחורות או יותר שלוש משבצות שחורות.

3. הערה: משבצת שמסומנת בצלב כחול נחשבת משבצת "חיה" או שחורה רק בדור הבא ולא בדור הנוכחי.

בדוגמה, נתון היצור בדור 0, ועלינו לצייר את התפתחות היצור בדורות 1 ו-2.

0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3				■					
4				■	■				
5			■	■	■				
6									
7									
8									
9									

1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

הפתרון:

0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

3.10 חמש צוללות

זוהי דוגמה של חמש צוללות שאורך כל אחת מהן 3 משבצות, והן נמצאות על לוח של 25 משבצות במאונך או במאוזן. לכל צוללת מוצמד מספר. הצוללות יכולות להיות סמוכות זו לזו. המספרים בצד ימין ולמטה מסמנים את סכום המספרים של הצוללות באותו טור או באותה שורה. למשל בשורה האמצעית בלוח, הסכום הוא 7 כי מחברים את המספרים 2, 1 ו-4. סכום הטור האמצעי הוא 9 כי מחברים את המספרים 3, 5 ו-1.

	3				3
		5			9
4					7
		1	2		7
					3
7	3	9	5	7	

לפניכם חמש צוללות. שבצו את הסכומים בצד ימין ובתחתית הטבלה:

		4			
2					
				1	
		3			
		5			



3.11 חמש צוללות – משחק לשני שחקנים

המשחק מיועד לשני שחקנים.

מטרת המשחק היא להיות השחקן הראשון שמגלה את המיקום של חמש הצוללות של היריב ואת המספר בכל צוללת.

המשחק מבוסס על הכללים בפעילות 3.10 - חמש צוללות.

תחילה כל שחקן ממקם חמש צוללות בלוח שלו.

כל שחקן בתורו ישאל את השחקן היריב מה נמצא בתוך משבצת מסוימת בלוח שלו. השחקן היריב יכול לענות כך:

יש חלק של צוללת במשבצת הזאת. המספר הוא... .

אין חלק של צוללות במשבצת הזאת.

סכום הצוללות בטור או בשורה הוא... (זו תהיה התשובה אם השחקן ישאל על משבצת בשורה ו' או בטור F).

השחקן יסמן את המידע שהוא יקבל מהיריב בלוח "הצוללות של היריב".

הצוללות של היריב

	A	B	C	D	E	F
א						
ב						
ג						
ד						
ה						
ו						

הצוללות שלי

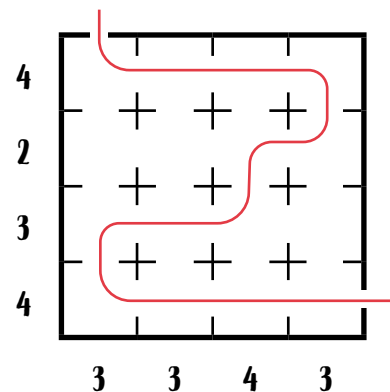
	A	B	C	D	E	F
א						
ב						
ג						
ד						
ה						
ו						

3.12 מספרים ומבון

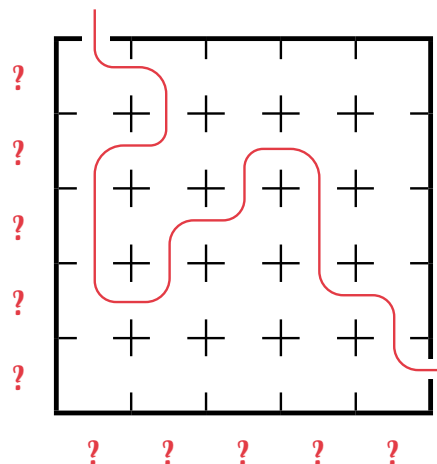
המטרה היא לצייר את מסלול המבוך שיוצא מפתח אחד בריבוע ויוצא מהפתח השני.

המספרים בצלעות הריבוע קובעים דרך כמה משבצות בטור ובשורה המסלול עובר.

דוגמה:



במבוך זה המסלול כבר צויר. השלימו את המספרים החסרים בצלע השמאלית ובצלע התחתונה.



שידוכים מוצלחים 3.13

קבוצה של 4 בנינים (1, 2, 3 ו-4) וקבוצה של 4 בנות (A, B, C ו-D) מבקשים משדכן שישדך אותם זה לזה. אחרי שהבנים והבנים מכירים מעט את אלה, השדכן מבקש מכל בן לרשום בטבלה את הבנות לפי סדר העדיפויות שלו (הבת שהוא מעדיף יותר מכולן בצד שמאל, והבת שהוא מעדיף פחות מכולן בצד ימין). גם כל בת רושמת את סדר העדיפויות שלה באותה הדרך:

בנות	בנים
A: 3, 2, 4, 1	A, B, C, D :1
B: 4, 3, 2, 1	A, C, B, D :2
C: 3, 2, 1, 4	B, A, D, C :3
D: 4, 2, 3, 1	B, C, D, A :4

השדכן מתחיל בעדיפויות של הבנות כדי בסופו של דבר לשדך לכל בת בן מתאים. הוא רושם בטבלה את הבחירה הראשונה של כל בת:

A	3			
B	4			
C	3			
D	4			

כבר יש בעיה: שתי בנות רוצות את בן מספר 3, ושתי בנות רוצות את בן מספר 4. כדי לקבוע איזו בת "מקבלת" בינתיים את בן מספר 3 ואיזו בת "מקבלת" בינתיים את בן מספר 4, השדכן בודק את רשימות הבנים 3 ו-4.

בן מספר 3 מעדיף את בת A יותר מבת C. בן מספר 4 מעדיף את בת B יותר מבת D. לכן השדכן מוחק בקו את הבחירות הראשונות של הבנות 3 ו-4 כי הן לא יקבלו את העדיפות הראשונה שלהן:

A	3			
B	4			
C	3			
D	4			

השדכן רושם את הבחירות השניות של הבנות C ו-D שלא קיבלו את הבנים 3 ו-4:

A	3			
B	4			
C	3	2		
D	4	2		

שתיהן רוצות את בן מספר 2. בן מספר 2 מעדיף את בת C יותר מבת D, ולכן השדכן מוחק בקו את הבחירה השנייה של בת D:

A	3			
B	4			
C	3	2		
D	4	2		

השדכן רואה שהבחירה השלישית של בת D היא בן מספר 3:

A	3			
B	4			
C	3	2		
D	4	2	3	

השדכן רואה שהבנות A ו-D רוצות את בן מספר 3:

A	3			
B	4			
C	3	2		
D	4	2	3	1

בן מספר 3 מעדיף את A יותר מ-D. לכן הבת D צריכה להסתפק בבן מספר 1, העדיפות הרביעית שלה. השדכן הצליח לשדך את כולם, וכל הזוגות מסודרים: (A, 3) (B, 4) (C, 2) (D, 1) בזכות תהליך השידוך הזה של השדכן, כל השידוכים מוצלחים.

פענוח צפנים 3.14

ננסה לגלות את הצופן שלהלן כדי לפענח את המסר. אותיות האלף-בית הוזזו כך שהאות אלף המפוענחת מתחילה במקום כלשהו בשורה התחתונה, ואחריה האותיות מסודרות כרגיל. בדוגמה למטה שמנו את האות א' המפוענחת מתחת לאות ע' של הצופן. כלומר האות ע' בצופן מתורגמת לאות א'. לכן האות פ' בצופן מתורגמת לאות ב'. התוצאה היא שהמילה "עף" בצופן מתורגמת למילה האמיתית "אב". אלא שכאשר אנחנו מנסים לפענח את המילה "יעזכט" לפי הצופן הזה, אנחנו מקבלים

מילה שאינה קיימת - "פאנצע".

המסקנה היא שלא גילינו את הצופן, והמיקום של האות א' המפוענחת מתחת לאות ע' אינו נכון. בחוברת הפעילויות גלו היכן נכון לשבץ את האות א' המפוענחת כדי לפענח את מילות המסר.

ת	ש	ר	ק	צ	פ	ע	ס	נ	מ	ל	כ	י	ט	ח	ז	ו	ה	ד	ג	ב	א	הצופן
ז	ו	ה	ד	ג	ב	א	ת	ש	ר	ק	צ	פ	ע	ס	נ	מ	ל	כ	י	ט	ח	הפענחה

עף יעזובנו! יאפמהץ פתשקם וה יאכתק!

המסר לפי הצופן השגוי:

אב פאנצע!

בניינים 3.15

		1	2	2		
		↓	↓	↓		
1	→	3	1	2	←	2
2	→	2	3	1	←	2
3	→	1	2	3	←	1
		↑	↑	↑		
		3	2	1		

במרכז הלוח יש לוח 3x3 של סודוקו - בכל שורה ובכל טור משובצים המספרים 1, 2 ו-3, כל מספר פעם אחת. סביב הלוח יש עוד מספרים.

כל מספר מציין את מספר קומות הבניינים, למשל 3 מייצג בניין של 3 קומות.

המספרים מסביב מציינים כמה בניינים רואים כאשר מסתכלים מהמספר אל הלוח הפנימי. בניין של 3 קומות מסתיר את הבניינים שיש בהם 2 קומות או קומה אחת, ובניין בן 2 קומות מסתיר בניין של קומה אחת.

למשל המספר 2 האדום פירושו שכאשר מסתכלים מהמספר למטה, רואים רק 2 בניינים - הבניין של 2 קומות והבניין של 3 קומות. הבניין של 2 קומות מסתיר את הבניין שיש בו קומה אחת.

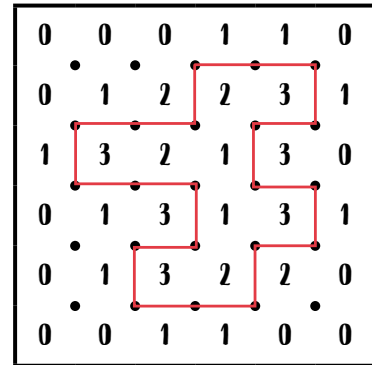
השלימו את המספרים בלוח:

		↓	↓	↓		
	→	1	3	2	←	
	→	3	2	1	←	
	→	2	1	3	←	
		↑	↑	↑		

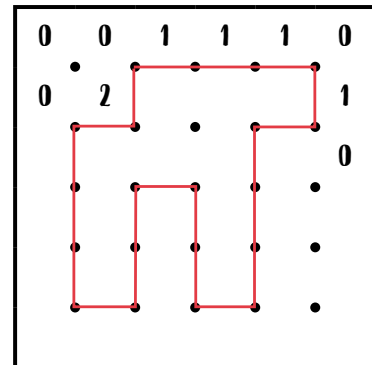


מצולעים לפי מספרים 3.16

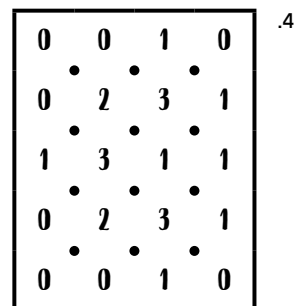
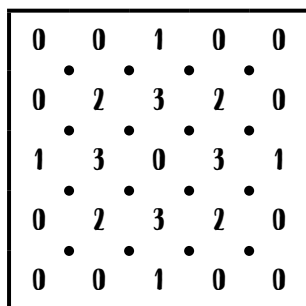
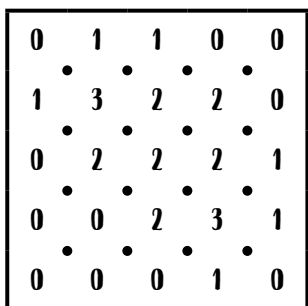
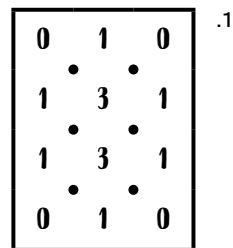
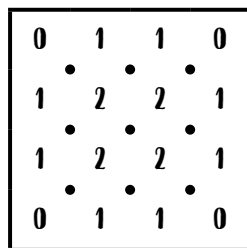
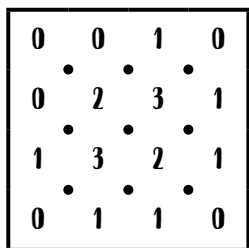
בתוך המסגרת מסורטט מצולע, ובכל משבצת כתוב מספר. המספר הוא מספר הצלעות המשותפות למצולע ולמשבצת.



השלימו את המספרים החסרים במשבצות הריקות (בתוך המצולע ומחוץ למצולע):



ציירו את המצולעים לפי המספרים:



3.17 טריק בקלפים

אחרי שתעשו את התרגיל בסעיף ג' בחוברת הפעילויות, עשו את תרגיל האתגר בסעיף ד'. באתגר עליכם להעביר קלפים לפי מספר האותיות במספר שעליכם לחשוף. מטרת הטריק היא לחשוף את הקלפים מ-1 עד 10 ברצף. ההסבר המפורט: השתמשו בקלפים 1 (אס) עד 10. מספר הקלפים שמעבירים לתחתית החבילה לפני שחושפים קלף נקבע לפי מספר האותיות שבהן כותבים את המספר.

דוגמה: המספר הראשון הוא אחת, ולכן מעבירים 3 קלפים (בזה אחר זה, לא בבת אחת), ואת הקלף הבא הופכים ומניחים על השולחן. המספר השני הוא שתיים, ולכן מעבירים 5 קלפים, ואת הקלף השישי הופכים ומניחים על השולחן. בסוף התרגיל על השולחן יהיו 10 קלפים מסודרים לפי הסדר.

3.18 לוח 5×5: הנחת דסקיות

ההסבר לפעילות זו כתוב בחוברת הפעילויות.

3.19 כלי תחבורה ימיים

המשחק דומה למשחק הקופסה "צוללות" שמשחקים בו שני שחקנים, אלא שכאן המשחק הוא סוליטר - לשחקן אחד.

מטרת המשחק היא לגלות את כלי התחבורה הימיים שמתחת ללוח. במשחק לדוגמה שלהלן יש בסך הכול 10 כלי תחבורה ימיים מארבעה סוגים: 4 שאורכם משבצת אחת - צוללות; 3 שאורכם 2 משבצות - משחתות; 2 שאורכם 3 משבצות - ספינות נופש; ואחד שאורכו 4 משבצות - ספינת קרב. במשחק מקמו את כלי התחבורה על הלוח בכיוון אופקי או אנכי.

השחירו את המשבצות כדי למקם את כלי התחבורה הימיים בלוח.

המספרים הכתובים בצד ימין של הלוח ובתחתית הלוח מציינים כמה משבצות בשורה או בטור הן משבצות שחורות - כלומר הן חלקים של כלי תחבורה ימיים. המספר 0 מציינ שאין שום כלי תחבורה ימיים או חלק של כלי תחבורה ימיים בטור או בשורה. אפשר לסמן ב-X את המשבצות שאין בהן חלק של כלי תחבורה ימיים.

אסור ששני כלי תחבורה ימיים ייגעו זה בזה, גם לא באלכסון.

בלוח לדוגמה 4 סימנים שהם רמזים:

במשבצת אין חלק של כלי תחבורה ימי. אפשר לסמן בה X.



צוללת - כלי תחבורה ימי שאורכו משבצת אחת. את המשבצות שסביבו תוכלו לסמן ב-x מכיוון שכלי תחבורה אינם נוגעים זה בזה.



קצה של כלי תחבורה ימי. במקרה הזה ההמשך של כלי התחבורה הוא למטה.



משבצת באמצע כלי תחבורה ימי, ואורך כלי התחבורה חייב להיות 3 או 4 משבצות.

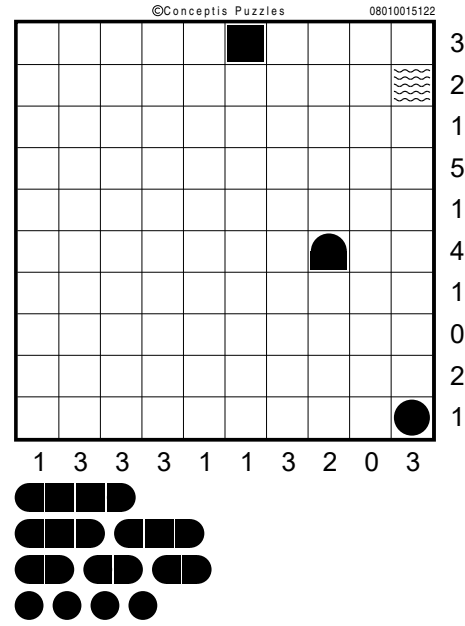


עוד רמז: במהלך המשחק רואים שיש רק מקום אחד בלוח שמתאים לכלי תחבורה ימי של 4 משבצות.

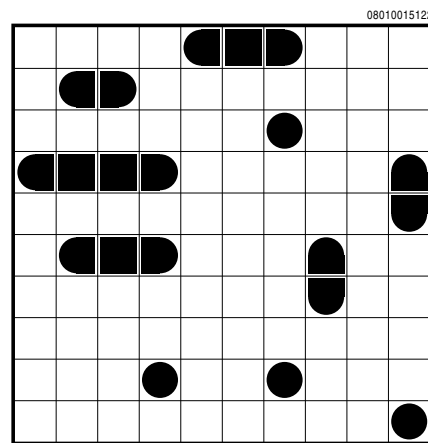
הינה לוח משחק לדוגמה והפתרון:



דוגמה:



הפתרון:



3.20 איקס-עיגול מיוחד

- השלימו את הלוחות בחוברת הפעילויות בסימנים איקס ועיגול לפי הכללים האלה:
- באותו טור או באותה שורה לא יהיו 3 סימנים רצופים זהים (אבל באלכסון אפשר לסמן 3 סימנים רצופים זהים).
 - בכל שורה ובכל טור יהיו 5 איקסים ו-5 עיגולים.
 - בלוח לא יהיו שתי שורות זהות או שני טורים זהים.
- בדרך כלל אפשר לפתור את התרגילים בהיגיון ובלי צורך לנחש.

3.21 סודוקו בארבע פעולות חשבון

- בפעילות הזאת יש לוחות סודוקו של 4x4 ושל 5x5. בלוחות 4x4 כתבו את המספרים 1 עד 4 כל אחד פעם אחת בכל שורה ובכל טור. בלוחות 5x5 כתבו את המספרים 1 עד 5 כל אחד פעם אחת בכל שורה ובכל טור.

ב. הלוחות מחולקים לאזורים מודגשים בקו עבה, ובכל אזור יש מספר ופעולת חשבון.

באזור המודגש בדוגמה למטה, בשורה העליונה, כתוב $6 \times$, כלומר התוצאה של המכפלה של שני מספרים באזור הזה הוא 6. לכן המספרים באזור זה חייבים להיות 2 ו-3. ראו את סדר המספרים בלוח הפתרון: במקרה זה המספר 2 בצד שמאל, והמספר 3 בצד ימין.

בשורה התחתונה בלוח כתוב 1-, כלומר התוצאה של ההפרש בין שני מספרים באזור הזה הוא 1. סדר המספרים במקרה זה: 2 בצד שמאל, ו-3 בצד ימין.

אפשר לפתור את התרגילים בהיגיון ובלי צורך לנחש.

דוגמה:

$+$ $-$ \times \div

$6 \times$		$2 \div$	$1 -$
$8 +$	$4 \times$		
		$7 +$	
	$1 -$		

©Conceptis Puzzles 13310000132

הפתרון:

$+$ $-$ \times \div

$6 \times$	2	3	$2 \div$	$1 -$	1	4
$8 +$	1	$4 \times$	4	2	3	
	3	1	$7 +$	4	2	
	4	$1 -$	2	3	1	

©Conceptis Puzzles 13310000132

קשור ופתור 3.21

1. מטרת המשחק היא לחבר שני מספרים זהים במסלול שמספר המשבצות בו (עם המשבצות שבהן נמצאים שני המספרים הזהים) שווה למספרים. יש רק מסלול אחד המחבר שני מספרים זהים שהם זוג. דוגמה: מספר המשבצות במסלול מ-4 ל-4 הוא 4. הפניות במסלול חייבות להיות במאונך או במאוזן או בשניהם. אין פניות באלכסון. המסלול לא יעבור דרך מספרים אחרים. מסלולים של שני זוגות של מספרים זהים לא יתנגשו. למספר לא יהיה יותר מבן זוג אחד, כלומר ממספר אחד לא ייצאו מסלולים לשני מספרים.

המספר היחיד שאין לו בן זוג הוא 1.

2. אחרי שתחברו את כל הזוגות של המספרים הזהים, השחירו בעיפרון (או בצבע כהה) את המשבצות שבהן עובר מסלול ותקבלו ציור. השחירו גם את כל המשבצות שיש בהן המספר 1 (בדוגמה למטה אין ציור).



חשוב: אל תתחילו להשחיר את המשבצות לפני שתשלימו את כל המסלולים. אם תשחירו לפני כן, תתקשו לתקן טעויות.

אם תשחקו נכון, לא יהיה צורך לנחש. אפשר למצוא את המסלולים בין מספרים זהים בשלבים ולפי ההיגיון.

הפתרון:

5			6	1	
	4	4			
			3	6	
	6	3	2	2	
5		3		3	
				6	

דוגמה:

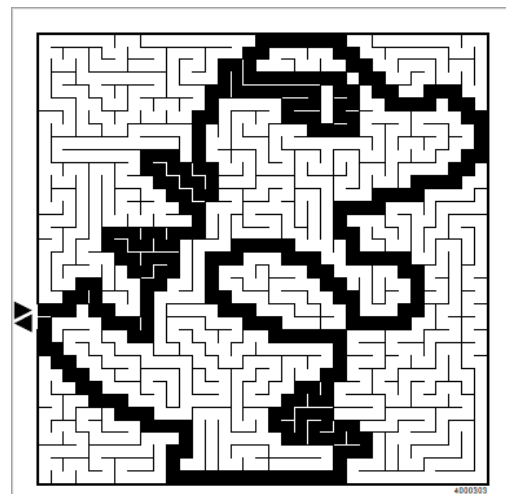
5			6	1	
	4	4			
			3	6	
	6	3	2	2	
5		3		3	
				6	

באתר הזה תמצאו עוד משחקי "קשור ופתור":

<https://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/link-a-pix>

מבוכים מיוחדים 3.23

מצאו את המסלול במבוך, ואז צבעו את כל המסלול, ותקבלו ציור יפה. במבוך הזה לדוגמה נוצר ציור של דינוזאור:



באתר הזה תמצאו עוד מבוכים מיוחדים:

<https://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/maze-a-pix>

4.1 שמרו 20

המשחק מיועד לשניים עד ארבעה שחקנים.

1. מטרת המשחק היא לצבור את מספר הנקודות הגדול ביותר אחרי 10 סבבים.
2. כל שחקן יטיל בתורו הראשון 5 קוביות. בתור אחד אפשר להמשיך להטיל עד 5 קוביות עוד שלוש פעמים.
3. אחרי כל הטלה אפשר לשמור קוביות בצד. בתור אחד אסור להטיל שוב קוביות שמורות בצד.
4. המטרה בכל תור היא שסכום כל 5 הקוביות יהיה 20 נקודות או פחות מ-20. אם בתור אחד הסכום גדול מ-20 נקודות, השחקן מקבל 0 נקודות.
5. לא חייבים להטיל את הקוביות ארבע פעמים. אפשר לעצור לפני כן ולחשב את סכום הקוביות.
6. אחרי ששחקן ישלים תור, הוא יעביר את הקוביות לשחקן הבא.
7. שחקן 10 סבבים.
8. המנצח הוא השחקן שיצבור את מספר הנקודות הגדול ביותר אחרי 10 סבבים. (הסכום המרבי אחרי 10 סבבים הוא 200 נקודות).

4.2 קרב חגע עם "מגן דוד" ושברים

המשחק מיועד לשניים או שלושה שחקנים.

1. המנצח הוא השחקן שיצבור את מספר הנקודות הגדול ביותר בתום פרק הזמן שכל השחקנים יחליטו עליו מראש.
2. כל שחקן יטיל בתורו שתי קוביות משחק. משני המספרים שייצאו בהטלה הוא ירכיב תרגיל חיבור, חיסור, כפל או חילוק או בפעולה שהמצאנו - "מגן דוד" (ראו למטה). השחקן יסמן את התוצאה של התרגיל שהוא בחר בצבע שלו בלוח, בתנאי שהתוצאה עדיין לא סומנה.
3. אם המשבצת שהוא יצבע תיגע בעוד משבצות בצבע שלו (גם באלכסון), הוא יקבל נקודה על המשבצות האלה. לדוגמה, בלוח הזה שחקן אחד כבר צבע כמה מספרים. אם הוא ירכיב תרגיל שתוצאתו $\frac{4}{3}$, אזי הוא יקבל 6 נקודות (משום שיש 6 מספרים סמוכים למספר $\frac{4}{3}$ שהם בצבע שלו).

-5	-4	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	1
$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2	2.5	3	4
5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	23	24
25	27	29	30	34	35	36	41	48



1. אם לשחקן בתורו אין מספר פנוי שהוא יכול לסמן בלוח, התור עובר לשחקן הבא.
2. מה המספר הגדול ביותר של נקודות שניתן לצבור בתור אחד במשחק?
3. אפשר לשחק "קרב מגע עצמי" (כלומר לבד). בטבלה שלהלן יש 7 הטלות קוביות נתונות. בחרו פעולת חשבון, ובסוף המשחק חשבו את סכום הנקודות שלכם.
4. מהו מספר הנקודות הגדול ביותר שאפשר לצבור ב"קרב מגע עצמי"?

מספר הנקודות	התרגיל	הטלת הקוביות
		2, 3
		5, 6
		3, 5
		6, 2
		5, 6
		2, 4
		1, 4
סך כל הנקודות שצברתם במשחק הזה:		

הפעולה "מגן דוד" בין שני מספרים היא הסכום של סכום שני המספרים והמכפלה שלהם.
 דוגמה: $5 \star 4 = (5+4) + (5 \times 4) = 29$

4.3 קרב מגע בשלוש קוביות

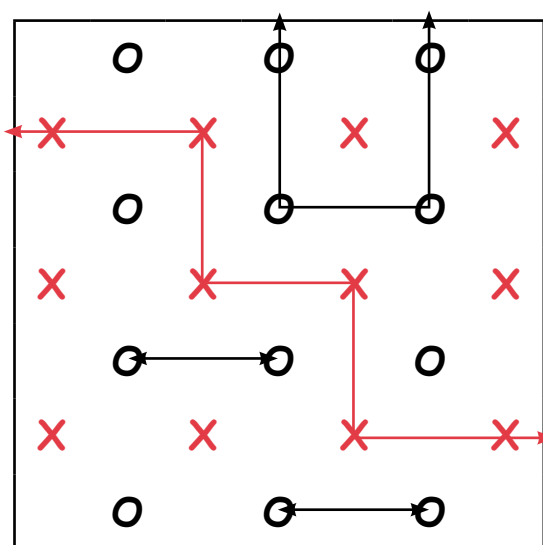
- המשחק מיועד לשניים עד ארבעה שחקנים.
1. המנצח הוא השחקן שיצבור את מספר הנקודות הגדול ביותר בתום פרק הזמן שכל השחקנים יחליטו עליו מראש.
 2. זוכים בנקודות כמו בפעילות 4.2.
 3. כל שחקן יטיל בתורו שלוש קוביות וירכיב תרגיל מכל שלושת המספרים שייצאו בהטלה. אפשר להשתמש בארבע פעולות חשבון: חיבור, חיסור, כפל וחילוק. אפשר להוסיף סוגריים. התוצאה חייבת להיות מספר שלם חיובי. (אין להשתמש בפעולת החשבון "מגן דוד").
 4. אם לשחקן בתורו אין מספר פנוי שהוא יכול לסמן בלוח, התור עובר לשחקן הבא.
 5. אפשר לשחק "קרב מגע עצמי" (כלומר לבד). בטבלה שלהלן יש שבע הטלות קובייה נתונות. בחרו את פעולות החשבון, ובסוף המשחק חשבו את סכום הנקודות שלכם.
 6. מהו מספר הנקודות הגדול ביותר שאפשר לצבור ב"קרב מגע עצמי"?

מספר הנקודות	התרגיל	הטלת הקוביות
		5, 2, 3
		1, 5, 6
		4, 3, 5
		2, 2, 6
		4, 5, 6
		3, 2, 4
		1, 4, 6
סך כל הנקודות שצברתם במשחק הזה:		

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	44	45	48	50	54	55
60	64	66	72	75	80	90	96
100	108	120	125	144	150	180	216

4.4 איקס-עיגול וקווים

- מטרת המשחק היא ששחקן יצייר מסלול של הסימנים שלו מהצד האחד לצד האחר של לוח המשחק.
- שחקן אחד ישתמש ב-X והאחר ב-O. השחקן הראשון יחבר בקו שני סימני X צמודים (מאונכים או מאוזנים, אבל לא באלכסון). השחקן השני יחבר בקו שני סימני O צמודים, אך אסור לו לחבר שני סימני O המופרדים בקו.
- השחקן שיחבר סימני X צריך לצייר מסלול מצד שמאל לצד ימין. השחקן שיחבר סימני O צריך לצייר מסלול מלמעלה למטה. המשחק אינו יכול להסתיים בתיקו. דוגמה למסלול ניצחון של שחקן שחיבר סימני X:



4.5 איקס-עיגול גדול

- א. לוח המשחק הוא ריבוע גדול למשחק של איקס-עיגול, ובתוכו 9 משבצות גדולות של משחקים רגילים של איקס-עיגול. בתוך כל אחת מהמשבצות הגדולות יש 9 משבצות קטנות של איקס-עיגול.
- ב. שחקן אחד הוא X, ושחקן אחר הוא O. השחקן הראשון יסמן X על פי רצונו. נניח שהוא מסמן X כאן:

השחקן השני צריך לסמן O כאן.

- ד. מכיוון שהשחקן הראשון סימן X במשבצת הקטנה בטור האמצעי למטה, השחקן השני יעבור למשבצת הגדולה בטור האמצעי למטה ויסמן O כרצונו במשבצת קטנה. כלומר כל שחקן יעבור למשבצת הגדולה לפי המקום שסימן לפניו במשבצת הקטנה היריב שלו. אם שחקן יעבור למשבצת גדולה שהמשחק בה כבר הוכרע, הוא יוכל לעבור למשבצת גדולה אחרת לפי בחירתו ולסמן בסימן שלו במשבצת קטנה.
- ה. כששחקן ינצח במשחק בתוך משבצת גדולה, הוא יסמן את הסימן שלו על כל המשבצות. השחקן שהסימן שלו יסומן על שלוש משבצות גדולות בטור, בשורה או באלכסון הוא המנצח.
- ו. המשחק כולו יכול להסתיים בלי ששחקן יסמן שלוש משבצות גדולות במאונך, במאוזן או באלכסון. במקרה הזה המנצח הוא השחקן שסימן יותר משבצות גדולות.

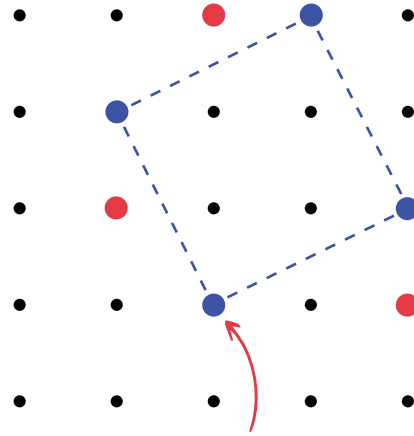
4.6 משחק הריבועים

המשחק מיועד לשני שחקנים.

א. כל שחקן בתורו יצבע נקודה בצבע שלו.

ב. המנצח הוא השחקן הראשון שיסמן ארבע נקודות שהן ארבעת הקודקודים של ריבוע.

בדוגמה זו הכחול מנצח ומצייר את הריבוע שלו:

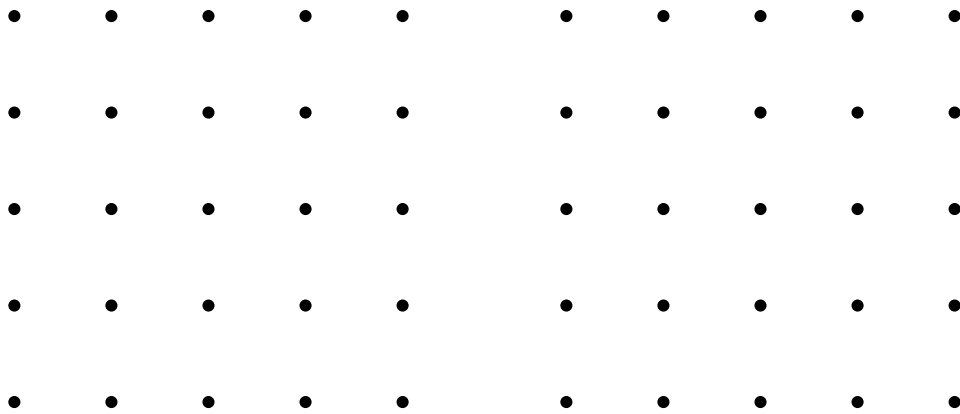


הסימן האחרון של כחול

שאלה על לוח המשחק עצמו:

נגדיר שהמרחק בין שתי נקודות סמוכות במאונך או במאוזן הוא 1 יחידת אורך.

מצאו את כל האורכים השונים שאפשר לצייר בלוח של 5 נקודות על 5 נקודות. (רמז: יש 14 אורכים שונים.)



4.7 ארבעה בטור

המשחק מיועד לשניים עד ארבעה שחקנים.

א. במשחק יש שני לוחות: לוח המשחק ולוח התוצאות. מטרת המשחק היא לסמן בלוח התוצאות לפחות 4 מספרים רצופים בטור. 4 מספרים בשורה או 4 מספרים באלכסון אינם ניצחון, אלא רק 4 מספרים או יותר בטור.

ב. כל טור בלוח התוצאות הוא רשימת הכפולות של המספרים 2 עד 20.



ג. בלוח המשחק יש חייל אחד ששייך לכל השחקנים. חייל מתחיל ב"התחלה". השחקן הראשון יכול להזיז את החייל לאחת המשבצות הצמודות ל"התחלה", גם באלכסון. אפשר להגיד שבפתיחה החייל זז כמו מלך במשחק שחמט. לכן המספרים שניתן להגיע אליהם הם 17, 4, 42, 34, 26, 77, 95 ו-44.

ד. השחקן הראשון יזיז את החייל לאחת המשבצות הללו, יצבע בצבע שלו את המשבצת בלוח המשחק, וכך יצבע כל מספר שהוא יגיע אליו בלוח התוצאות.

ה. מספר שמופיע הרבה פעמים בלוח התוצאות נותן אפשרויות רבות יותר לבניית טור של 4 מספרים בצבע של השחקן, ולכן מספר כזה עדיף ממספר שמופיע פחות פעמים.

ו. השחקן הבא יזיז את החייל ממקומו למעלה, למטה, הצידה או באלכסון למשבצת הראשונה הפנויה בכיוון הזה. המשבצת "התחלה" נחשבת תפוסה, ולכן ניתן לדלג מעליה. השחקן יצבע בצבע שלו את המשבצת בלוח המשחק ואת כל ההופעות של אותו מספר בלוח התוצאות. המשיכו לשחק כך עד שאחד השחקים ינצח.

שאלות:

1. מהו המספר שמופיע יותר מכולם בלוח התוצאות - 9 פעמים?

2. מהם 2 המספרים שמופיעים 8 פעמים בלוח התוצאות?

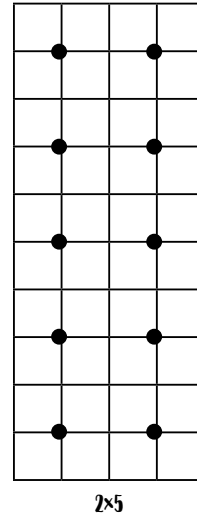
3. מהם 5 המספרים שמופיעים 7 פעמים בלוח התוצאות?

חלק 5: גאומטרייה ויצירות מתמטיות

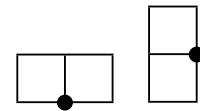
5.1 שטיח אומנותי מנקודות ומשבצות

נלמד דרך מיוחדת לצבוע מלבנים המחולקים למשבצות עם נקודות.

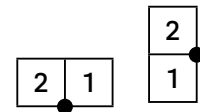
זהו מלבן לדוגמה:



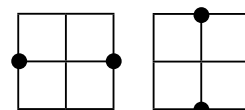
מידות המלבן הזה הן 2×5 : המספר 2 מציין 2 נקודות בקו אופקי, והמספר 5 מציין 5 נקודות בקו מאוזן. סמנו את משבצות המלבן במספרים 1 ו-2 לפי שני כללים: הכלל הראשון: כאשר יש שתי משבצות צמודות במסגרת המלבן עם נקודה בין המשבצות, כך:



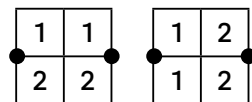
אז יש לסמן את שתי המשבצות בשני מספרים שונים - 1 ו-2, למשל כך:



הכלל השני: כאשר יש ריבועים של ארבע משבצות ושתי נקודות, כך:

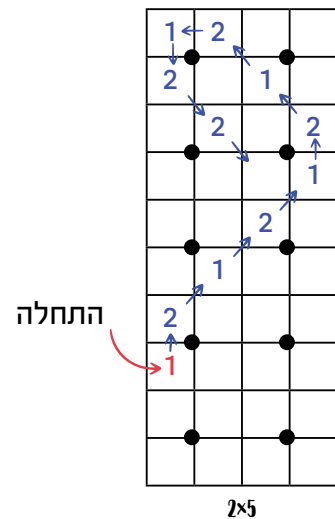


אז בתוך הריבוע יהיו פעמיים המספרים 1 ופעמיים המספר 2 כך שהמספרים השווים יהיו צמודים זה לזה, אך לא באלכסון, כלומר שני מספרים באלכסון יהיו תמיד שונים. דוגמאות:



הינה השיטה היעילה לשבץ את המספרים 1 ו-2 לפי שני הכללים:

התחילו במשבצת לפי בחירתכם במסגרת המלבן, אבל לא בפינה או במשבצת הצמודה לפינה. רשמו במשבצת 1 או 2. בדוגמה זו המשבצת הראשונה שבחרנו מסומנת ב-1 אדום. המשכנו במילוי המשבצות במספרים 1 ו-2 לפי ההסבר מתחת למלבן.



לפי הכלל הראשון, חייבים לרשום 2 במשבצת מעל המשבצת הראשונה שרשמנו בה 1. המספר 2 כתוב במשבצת השמאלית התחתונה בריבוע של 2×2 שיש בו שתי נקודות. לפי הכלל השני, חייבים לכתוב 1 באלכסון מ-2 כי שני מספרים באלכסון חייבים להיות שונים.

המשכנו לרשום פעם 1 ופעם 2 באלכסון לפי הכלל השני (ראו את מסלול המספרים הכחולים לפי החיצים) עד שהגענו למשבצת במסגרת בצד ימין ורשמנו בה 1. לפי הכלל הראשון, מעליו רשמנו 2. המשכנו לרשום מספרים באלכסון לפי הכלל השני עד שהגענו שוב למשבצת במסגרת למעלה ורשמנו בה 2. לפי הכלל הראשון, משמאלו כתבנו 1. כאן הפעלנו שוב את הכלל הראשון וכתבנו 2 מתחת ל-1. מ-2 המשכנו באלכסון לפי הכלל השני. כך המשכנו למלא את המלבן במספרים 1 ו-2.

ייתכן שבמסלול המשבצות שלכם לא תוכלו למלא את כל המלבן. במקרה כזה בחרו שוב משבצת פנויה במסגרת, כתבו בה 1 או 2, והמשיכו למלא את המשבצות לפי שני הכללים. אחרי שתמלאו את כל משבצות המלבן במספרים 1 ו-2, צבעו אותן - 1 בצבע אחד, ו-2 בצבע אחר - ותקבלו שטיח יפה.

5.2 צורות מספריות

מצאו וצבעו את הצורה המקורית אחרי הטרנספורמציה המבוקשת בתחתית הריבוע. תוכלו לדעת שהצלחתם אם סכום ארבעת המספרים במשבצות של הצורה אחרי הטרנספורמציה יהיה 1. בשיקוף מחזיקים את הצורה בשני הקצוות של הקו המודגש והופכים את הצורה. בסיבוב מסובבים את הצורה סביב הנקודה באמצע הלוח. בהזזה מזיזים את הצורה ימינה, שמאלה, למעלה, למטה או באלכסון.

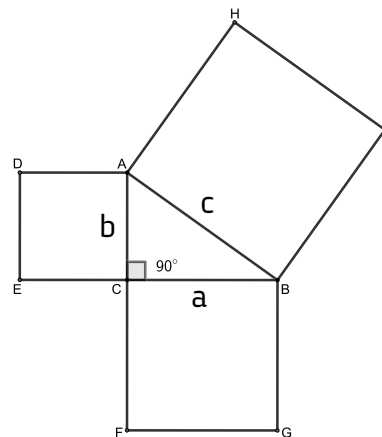
כדאי להעתיק את הצורה המקורית על שקף שגודלו כמו הריבוע 4×4 בחוברת הפעילויות. כך אפשר לעשות הטרנספורמציה המבוקשת על הלוח ולבדוק שסכום המספרים בארבע משבצות של הצורה הוא 1.

5.3 משפט פיתגורס

במשולש ישר זווית ABC, הצלעות AC ו-CB הן הניצבים כי הן ניצבות או מאונכות זו לזו. הצלע השלישית, AB, שאינה נוגעת בזווית הישרה, היא היתר.

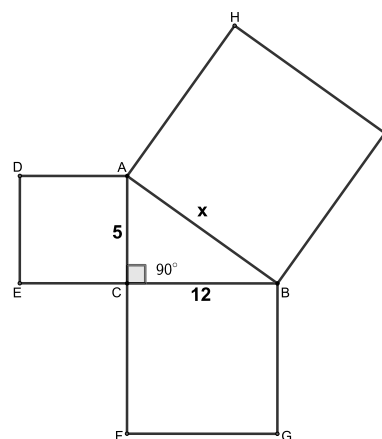
משפט פיתגורס אומר שסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על

היתר:



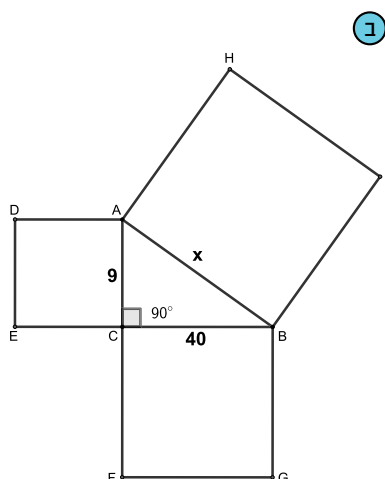
אפשר גם לרשום את המשפט כך: $a^2 + b^2 = c^2$

דוגמה:

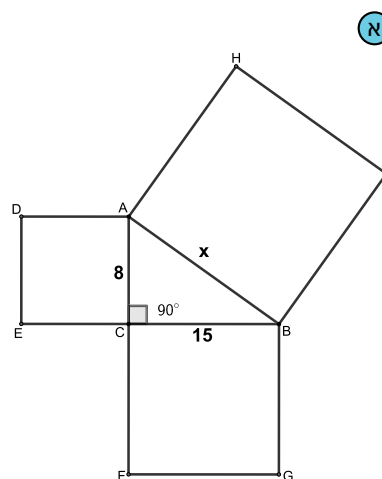


אורך הניצבים הנתון: $AC=5$, $CB=12$. נחשב את אורך היתר AB . שטח הריבוע $ADEC$ הוא $5^2 = 25$. שטח הריבוע $BCFG$ הוא $12^2 = 144$. לפי משפט פיתגורס, שטח ריבוע $ABIH$ הוא $144 + 25 = 169$. מכאן שאורך היתר הוא $\sqrt{169} = 13$.

בכל תרגיל חשבו את הצלע x :

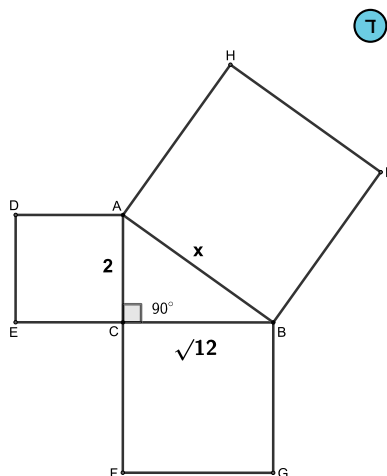


1

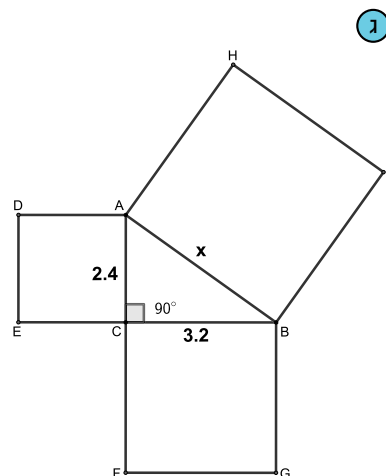


2

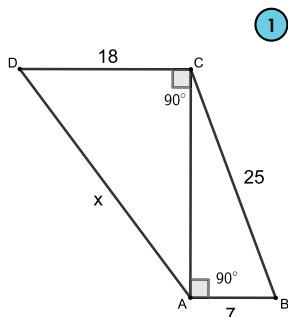




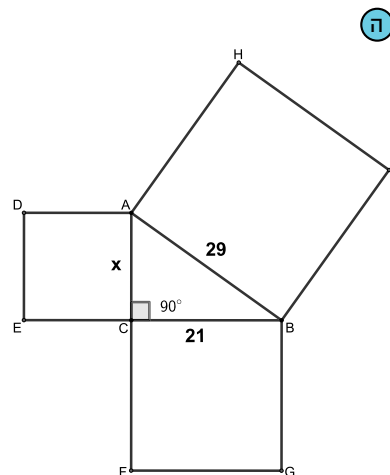
1



1



1



1

כאן יש רשימה של שלשות פיתגוריות שבהן שלושה מספרים הם האורכים של צלעות של משולש ישר זווית:

3, 2.4, 1.8

4, 3.2, 2.4

6.5, 6, 2.5

$\sqrt{52}$, 4, 6

4, $\sqrt{12}$, 3

5, 4, 3

13, 12, 5

17, 15, 8

29, 21, 20

25, 24, 7

41, 40, 9

230, 184, 138

1014, 936, 390

1653, 1197, 1140

3133, 2892, 1205

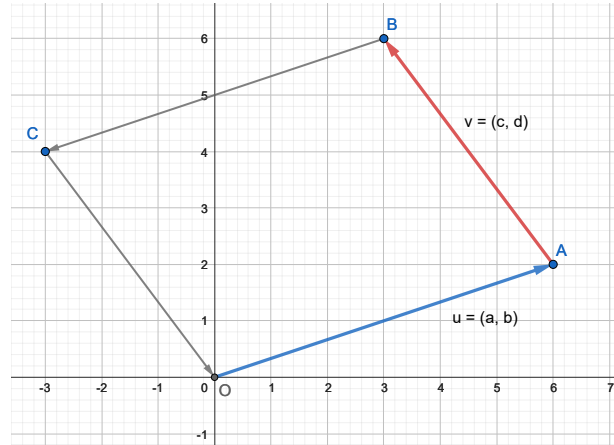


5.4 וקטורים ושטחים

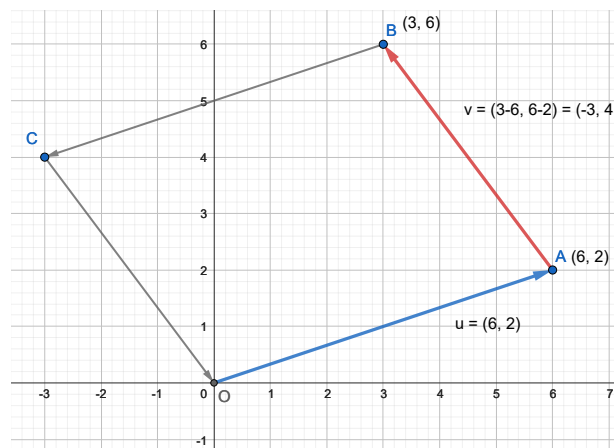
ניתן להוכיח שמקבילית שמורכבת משני וקטורים

$$u = (a, b) \text{ ו-} v = (c, d)$$

השטח שלה הוא $|ad - bc|$:



זוהי דוגמה של חישוב שטח מקבילית לפי שני וקטורים u ו- v שמרכיבים את המקבילית OABC:



$$u = (6, 2) = (a, b)$$

$$v = (3 - 6, 6 - 2) = (-3, 4) = (c, d)$$

$$|ad - bc| = |6 \cdot 4 - 2 \cdot (-3)| = 30$$

לכן שטח המקבילית OABC הוא 30.

5.5 תרגילי שטחים

ההסברים לפעילות זו כתובים בחוברת הפעילות.

5.6 טנטריקס

א. במשחק טנטריקס יש סדרה של 10 משושים. בצד אחד של כל משושה יש 3 פסים בשלושה צבעים - אדום, כחול וצהוב - ובצד אחר של כל משושה יש מספר בצבע מסוים. המשושים ממוספרים מ-1 עד 10. מטרת המשחק היא לקחת כמה משושים מ-1 עד מספר מסוים ולחבר את המשושים יחד כך



שייוצר "אגם" מפסים בצבע אחד. הצבע של האגם ייקבע על פי הצבע של המספר האחרון בסדרת המספרים של המשושים.

ב. כאשר תחברו קבוצות של משושים, הפסים ייצרו "נהרות". אפשר שכל נהר יהיה מורכב מכמה צבעים, אבל אם תרצו אתגר, הרכיבו את המשושים כך שהצבע של כל נהר יהיה צבע אחד.

ג. דוגמאות:

בתמונות יש 4 משושים, מ-1 עד 4:



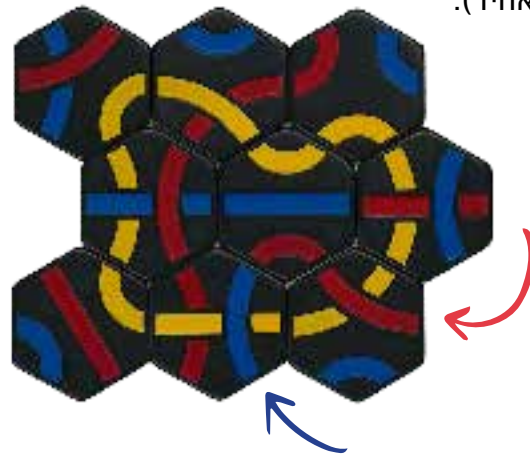
מכיוון שהצבע של המספר 4 (המספר האחרון) הוא אדום, עליכם לבנות אגם אדום:



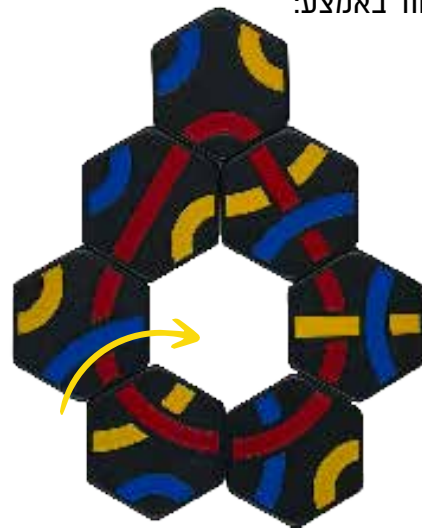
בתמונה למטה האגם אדום, וכל הנהרות מורכבים מפסים בצבע אחד. למשל החיצים הצהובים בצד ימין מצביעים על ההתחלה והסוף של נהר צהוב, והחץ הוורוד מצביע על האגם האדום:



לעומת זאת בתמונה הזאת יש אגם צהוב, והנהר למטה בצד ימין מורכב משני צבעים - אדום וכחול (כאמור אפשר שהנהרות יהיו מורכבים משני צבעים או יותר אבל האתגר הוא שכל נהר יהיה בצבע אחיד):



בתמונה הזאת ההרכבה אינה על פי הכללים - אסור שיהיה חור באמצע:



- ד. נסו לבנות אגמים מ-3 עד 10 משושים. ב-10 משושים אפשר לעשות את התרגיל 3 פעמים: אגם אדום, אגם כחול ואגם צהוב.
- ה. תוכלו להרכיב אגמים מיותר מ-10 משושים. דוגמה: אם תרצו להשתמש ב-11 משושים, קחו 10 משושים מסדרה אחת ומשושה מספר 1 מסדרה אחרת. מכיוון שהצבע של מספר 1 הוא צהוב, צבע האגם שתבנו מ-11 משושים יהיה צהוב.
- ו. בדף שבחוברת סמנו וי במשבצת המתאימה.

5.7 חמשונים

- א. עליכם לכסות את המלבנים בחלק מהחמשונים.
- את המלבנים 5×12 ו- 6×10 קשה לכסות כי כדי לעשות זאת, עליכם להשתמש בכל 12 החמשונים.
- ב. בחמשונים יש 5 ריבועים. לעומת זאת, יש חמש צורות שאפשר לבנות רק מ-4 ריבועים ולא מ-5. מצאו את כל חמש הצורות האלה.

5.8 ספירת פיבונאצ'י

ההסברים לפעילות זו כתובים בחוברת הפעילות.

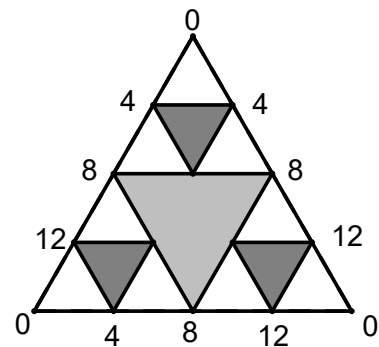
5.9 משולש שרפינסקי

א. ליד כל צלע של המשולש שווה הצלעות מצוינות הנקודות 0 עד 15. מתחו קווים מנקודה 8 אל נקודה 8 בכל אחת משתי הצלעות האחרות, וכך צרו את המשולש הראשון. צבעו את המשולש (ראו בסרטוט).

ב. בכל שלושת המשולשים הריקים סרטטו משולשים חדשים וקטנים יותר על ידי מתיחת קווים מנקודות האמצע של צלעות המשולשים. דוגמה: מתחו קו בין הנקודות 4 ו-4 והשלימו את המשולש או בין 12 ו-4 או בין 12 ו-12. המשיכו לצייר משולשים חדשים בגדלים שונים באותו האופן. את כל המשולשים שגודלם שווה יש לצבוע בצבע אחד.

ג. זוהי סדרת מספרי המשולשים הצבועים מכל סוג. השלימו אותה:

1, 3, 9, _____, _____, _____, _____



5.10 48 נקודות

א. סמנו בעיפרון את המספר 1 ליד נקודה כלשהי לבחירתכם, והמשיכו לרשום את המספרים עד 8. את הנקודה שאחרי 8 סמנו ב-1. המשיכו לרשום כך את המספרים מ-1 עד 8 עד שתחזרו לנקודה הראשונה.

ב. מתחו קו מהמספר 1 הראשון למספר 1 השני. ואז מתחו קו מהמספר 1 השני למספר 1 השלישי. בסוף מתחו קו מהמספר 1 האחרון למספר 1 הראשון. עברו למספר 2: מתחו קו מהמספר 2 הראשון לשני, וכן הלאה, עד שמכל נקודה ייצאו שני קווים לנקודות אחרות.

ג. מה קיבלתם?

האם זה מפתיע? מדוע?

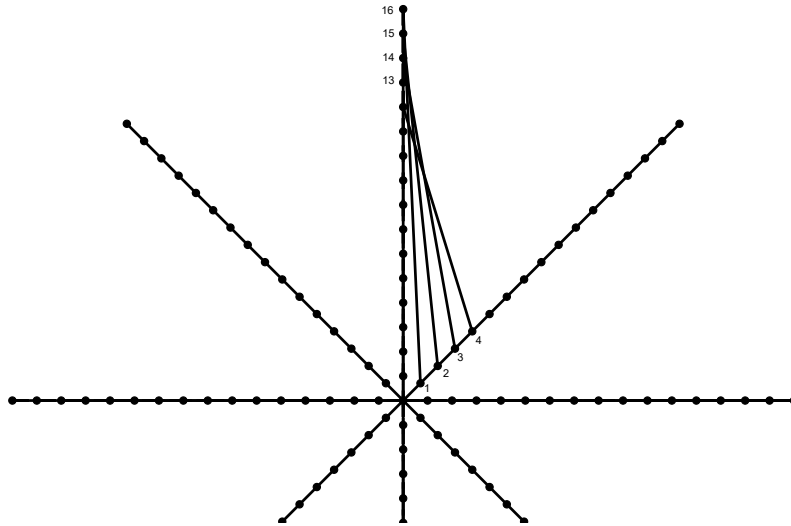
זו ההתחלה של הסרטוט:



מחקו את המספרים, ובמקום 8 בחרו מספר אחר שהוא גורם של 48, כמו 6 או 12. כמו בסעיף א' רשמו ליד הנקודות את המספרים מ-1 ועד המספר שבחרתם ומתחו קווים בין מספרים זהים וסמוכים.

5.11 קווים מחברים נקודות

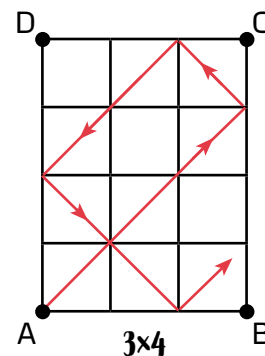
בין כל שני קווים סמוכים מתחו קו מנקודה 16 על ישר אחד אל נקודה 1 על הישר האחר ומנקודה 15 על ישר אחד אל נקודה 2 על הישר האחר, וכן הלאה. מה תקבלו בסוף?



5.12 שולחנות סנוקר

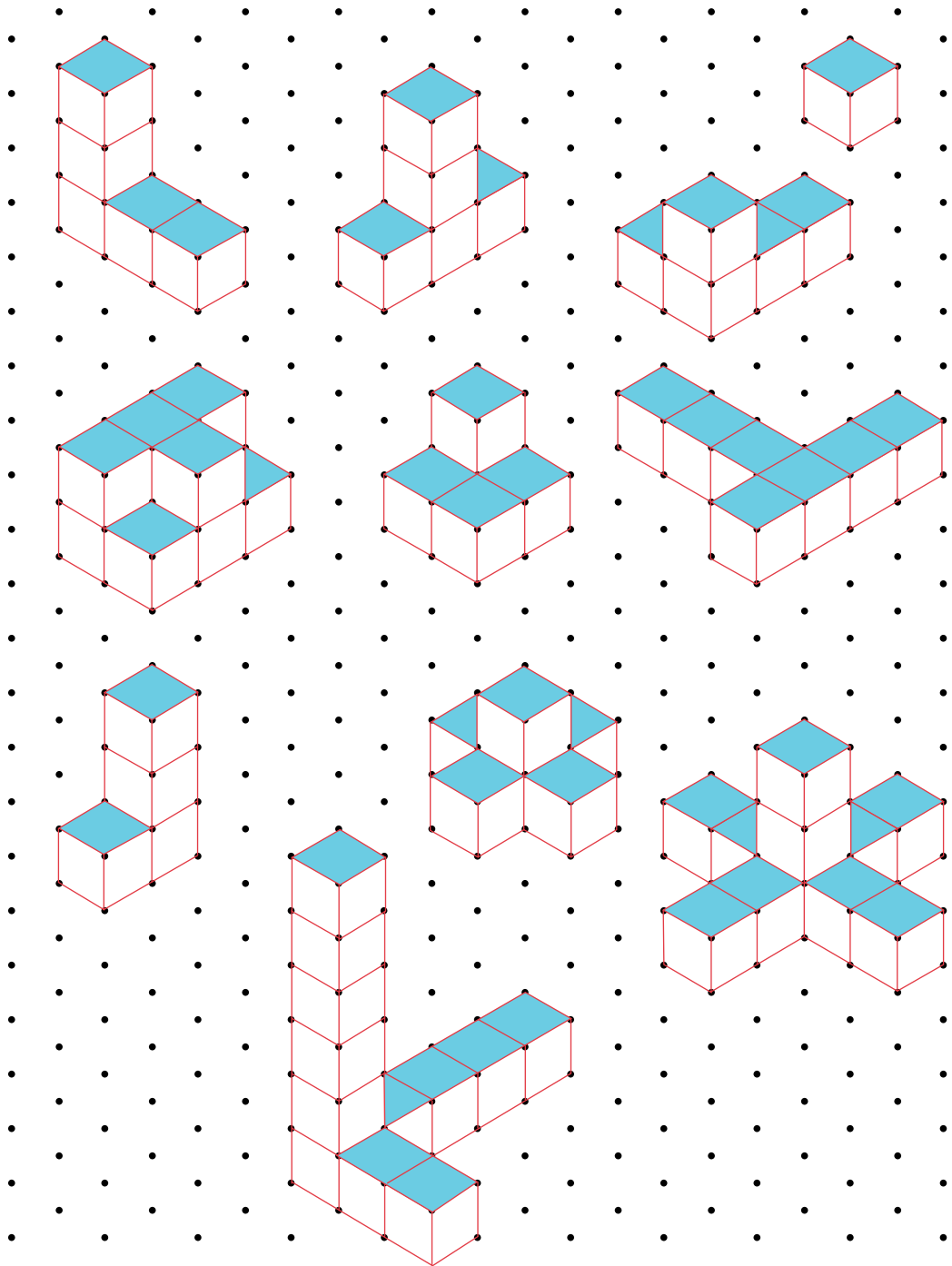
המטרה היא לצייר את מסלול הכדור בשולחן סנוקר.

- בסרטוט למטה יש התחלה של מסלול בשולחן שמידותיו 3×4 (3 משבצות במאוזן ו-4 משבצות במאונך). הכדור יתחיל את מסלולו בקודקוד השמאלי התחתון של המלבן (קודקוד A). מתחו קו בזווית של 45 מעלות ביחס לצלע, והמשיכו אותו עד שהכדור יגיע לצלע של המלבן. המשיכו למתוח קווים באותה צורה עד שהכדור יגיע לאחד הקודקודים האחרים של המלבן.
- קבעו אילו שולחנות הם "מעניינים" ואילו שולחנות הם "משעממים": בשולחן "מעניין" הכדור עובר דרך כל המשבצות של השולחן; בשולחן "משעמם" הכדור עובר דרך כמה מהמשבצות.
- כיצד ניתן לדעת אילו שולחנות הם "מעניינים" ואילו "משעממים" לפי מידות השולחן?
- אתגר: כיצד ניתן לדעת לאיזה קודקוד יגיע הכדור לפי המידות של השולחן?



5.13 ציורים תלת-ממדיים

העתיקו לדרך בחוברת הפעילויות את הצורות שמסורטטות כאן. תוכלו להמציא צורות משלכם.

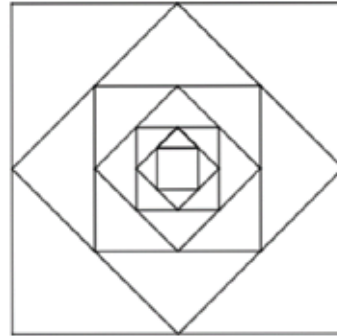


5.14 משפט ארבעת הצבעים

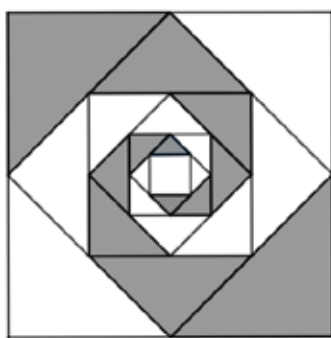
משפט מפורסם במתמטיקה אומר שאפשר לצבוע את מפת העולם או ציורים מחולקים לאזורים בלא יותר מארבעה צבעים שונים כך שכל שתי מדינות או שני אזורים עם גבול משותף יהיו צבועים בצבעים שונים. אם לשתי מדינות או שני אזורים יש רק נקודה אחת משותפת, מותר לצבוע את שתי המדינות או את שני האזורים באותו הצבע.

צבעו כך את הציורים בחוברת הפעילויות המחולקים לאזורים, אך לפני שתצבעו אותם, כדאי שקודם תכתבו באזורים בעיפרון את המספרים 1 עד 4 ותבדקו שאין שני אזורים שיש להם גבול משותף ואותו מספר.

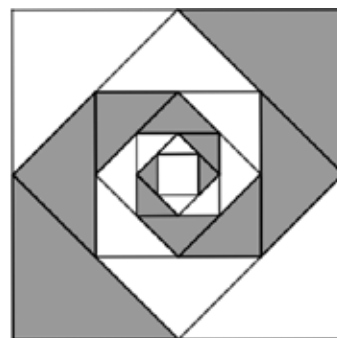
נצבע משולשים בלוח כדי לרצף את הלוח בדרך יפה ומיוחדת.
 בלוח שחוברת יש 16 ריבועים כמו הריבוע הזה - 4 ריבועים בכל שורה ו-4 ריבועים בכל טור.



יש שתי דרכים לצבוע את הריבועים שבלוח:



דרך ב'



דרך א'

התחילו בריבוע העליון והשמאלי בלוח - צבעו אותו בדרך ב'. את הריבוע שמימינו צבעו בדרך א'.
 המשיכו לצבוע את 16 הריבועים פעם בדרך א' ופעם בדרך ב', כך שריבועים מאותו הסוג לא יהיו צמודים זה לזה.

כך:

א'	ב'	א'	ב'
ב'	א'	ב'	א'
א'	ב'	א'	ב'
ב'	א'	ב'	א'

חלק 6: פתרונות לכמה מהתרגילים

1.4 מספרים מושלמים

הסכום הוא $2^n - 1$

1.7 ריבועי קסם שמידותיהם הן מספרים אי-זוגיים

מידות הלוח (חאח)	המספר באמצע הלוח	סכום כל שורה, טור ואלכסון בלוח
3x3	5	15
5x5	13	65
7x7	25	175
9x9	41	369
חאח	$\frac{n^2+1}{2}$	$\frac{n^2+1}{2} \cdot n$

2.5 "גלגל אותה"

רבע

+	1	2	3	4
1	$2 \rightarrow \frac{1}{4}$	$3 \rightarrow \frac{1}{16}$	$4 \rightarrow \frac{1}{16}$	$5 \rightarrow \frac{1}{18}$
2	$3 \rightarrow \frac{1}{16}$	$4 \rightarrow \frac{1}{64}$	$5 \rightarrow \frac{1}{64}$	$6 \rightarrow \frac{1}{32}$
3	$4 \rightarrow \frac{1}{16}$	$5 \rightarrow \frac{1}{64}$	$6 \rightarrow \frac{1}{64}$	$7 \rightarrow \frac{1}{32}$
4	$5 \rightarrow \frac{1}{8}$	$6 \rightarrow \frac{1}{32}$	$7 \rightarrow \frac{1}{32}$	$8 \rightarrow \frac{1}{16}$

$$P(2) = \frac{1}{4}$$

$$P(3) = \frac{1}{8}$$

$$P(4) = \frac{9}{64}$$

$$P(5) = \frac{9}{32}$$

$$P(6) = \frac{5}{64}$$

$$P(7) = \frac{1}{16}$$

$$P(8) = \frac{1}{16}$$

ג1. שחקן אחד מקבל את הסכומים 4, 5 ו-6.

שחקן אחר מקבל כל שאר הסכומים האפשריים: 2, 3, 7 ו-8.

ג2. כאשר 5 שחקנים משחקים, הסכומים האפשריים הם מ-5 עד 20.

פארקל 2.7

1. אם מטילים את המספרים 1 או 5 באחת מהקוביות, מקבלים נקודות. ההסתברות לקבל 1 או 5 בקוביות הוא $\frac{1}{3}$.

2. כאשר מטילים שתי קוביות, יש שתי אפשרויות של המספרים בכל קובייה:

א. 1 או 5 בקובייה אחת ולא 1 ולא 5 בקובייה האחרת.

ב. 1 או 5 בשתי הקוביות.

$$P(\text{א}') = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \frac{4}{9}$$

$$P(\text{ב}') = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

סך הכול זוהי ההסתברות:

$$\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

אפשר למצוא את ההסתברות הזאת גם דרך לוח האפשרויות המתקבלות אם מטילים שתי קוביות. המשבצות האפורות הן ההסתברויות לקבל את המספרים 5 או 1 או את שניהם:

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

בלוח צבועות באפור 20 משבצות מתוך 36 המשבצות, כלומר זו ההסתברות לקבל נקודות: $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

3. יש ארבע אפשרויות:

א. 1 או 5 בקובייה אחת

ב. 1 או 5 בשתי הקוביות

ג. 1 בקובייה אחת ו-5 בשתי קוביות, או 5 בקובייה אחת ו-1 בשתי קוביות

ד. שלישייה של אותו מספר.

$$P('א) = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{2}{3}\right]^2 \cdot 3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot 3 = \frac{4}{9}$$

$$P('ב) = \left[\frac{1}{3}\right]^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{2}{9}$$

$$P('ג) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 6 = \frac{1}{36}$$

$$P('ד) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

לכן זהו סך כולל ההסתברות לקבל נקודות ולא לקבל "פארקל" כשמטילים שלוש קוביות:

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

הטבלה מסכמת את ההסתברויות לקבל נקודות ולא לקבל "פארקל" ב-1, 2 או 3 קוביות:

ההסתברות לא לקבל "פארקל"	מספר הקוביות
$\frac{1}{3}$	1
$\frac{5}{9}$	2
$\frac{13}{18}$	3