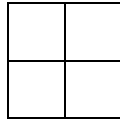


שאלות תשפ"א 2020 - 2021

1. ריבוע 2×2 מחולק לארבעה ריבועים 1×1 . כל ריבוע קטן צבוע בכחול או לבן. אסור שמעל או מימין לריבוע כחול יהיה ריבוע לבן. בכמה דרכים שונות אפשר לצבוע את הריבוע הגדול?

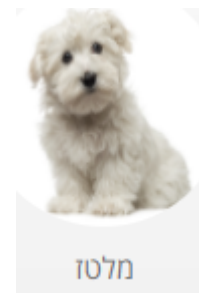
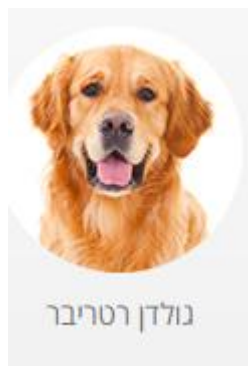
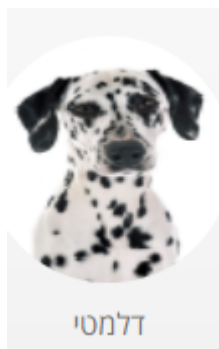


2. הגיל שלי אינו מספר ראשוני אבל הוא כן מספר אי-זוגי. אם נוסיף לגיל שלי מספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך נקבל מספר ריבועי. אם מחסרים מגילי את המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך גם מקבלים מספר ריבועי. בן כמה אני?

3. מצאו את שלושת המספרים האחרונים בסדרה הזאת:

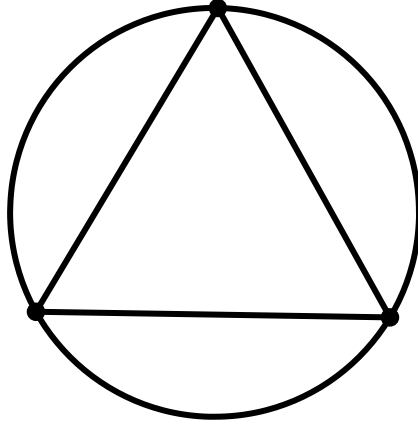
100, 101, 103, 107, 115, 122, 127, _____, _____, _____

4.



אמא אמרה לי שאוכל לקנות 8 כלבים כי אני תלמידה כל כך טובה. אני רוצה לקנות כלבים מהסוגים האלה: מלטז, גולדן רטריבר ודלמטי. בכמה דרכים שונות אפשר לבחור 8 כלבים?

5. מהו שטחו של משולש שווה צלעות שחסום בעיגול שהיקפו הוא 6π ?



6. כמה גורמים יש למספר 540?

7. כמה גורמים יש לביטוי $a^x b^y c^z$ כאשר a, b, c הם מספרים ראשוניים שונים?

8. כמה גורמים יש למספר מיליון?

9. מצאו את המספר החיובי הקטן ביותר שמתחלק ב-

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11

10. כשמחלקים את הביטוי הבא ב-2002 מה השארית?

$$(1)1! + (2)2! + (3)3! + \dots + (999)999! + (1000)1000!$$

11. יש בסל ארבעה סוגים של כדורים: לבנים קטנים וגדולים ואדומים קטנים וגדולים.

א. סה"כ יש 67 כדורים.

ב. מספר הכדורים האדומים מתחלק ב-5.

ג. מספר הכדורים האדומים הגדולים שווה למספר הכדורים הלבנים.

ד. יש הכי פחות כדורים לבנים קטנים.

ה. מספר הכדורים מכל סוג הוא מספר ראשוני.

מצאו כמה כדורים מכל סוג יש בסל.

12. א. מצאו מספר תלת ספרתי שאם מחלקים אותו בסכום ספרותיו מקבלים את המנה הגדולה

ביותר.

ב. מצאו מספר תלת ספרתי שאם מחלקים אותו בסכום ספרותיו מקבלים את המנה הקטנה ביותר.

13. בוחרים ארבעה מספרים בין 1 ל-9. מכפלתם היא 216. אם מחברים כל שלושה מספרים מתוך

הארבעה, סכומם הוא 51. מצאו את ארבעת המספרים.

14. שבצו בלוח 3×3 תשעה מספרים שונים בין 1 ל-30, כולל, כך שמכפלת שלושה מספרים בכל

טור ובכל שורה היא 270.

15. בחרו שלוש ספרות שונות כך שאם מייצרים מהן שלושה מספרים תלת ספרתיים שונים הסכום של שניים מהם יהיה שווה למספר השלישי. מהם שלושת הספרות שבחרתם?

16. בחרו ארבע ספרות שונות כך שאם מייצרים מהן שלושה מספרים שונים עם ארבע ספרות הסכום של שניים מהם יהיה שווה למספר השלישי. מהם ארבעת הספרות שבחרתם?

17. הספרה הכי שמאלית במספר עם 2000 ספרות היא 3. כל שתי ספרות סמוכות הן מספר דו ספרתי שמתחלק ב-17 או ב-23. יש שתי אפשרויות לספרת האחדות של המספר עם 2000 הספרות. מהן שתי האפשרויות?

18. לארבעה פועלים דרושים חמישה ימים לנקות (להרים זבל) מ-180 ק"מ של כביש 6. כמה פועלים נדרשים כדי לנקות 250 ק"מ של הכביש בשישה ימים?

19. בגמר ה-NBA בכדורסל, יש שתי קבוצות והקבוצה הראשונה לנצח ארבעה משחקים היא המנצחת. הסידרה יכולה להיות בין 4 עד 7 משחקים. בתרגילים הבאים נניח שההסתברות של כל קבוצה לנצח משחק היא חצי.

א. מה ההסתברות שהסדרה תסתיים אחרי

- 4 משחקים?
- 5 משחקים?
- 6 משחקים?
- 7 משחקים?

ב. בממוצע, כמה משחקים משוחקים בגמר ה-NBA?

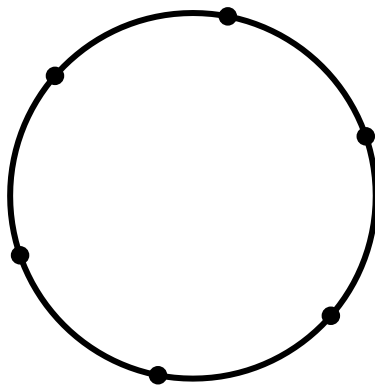
20. לוקחים מספר דו ספרתי ומכפילים את שתי הספרות. אם מקבלים מספר עם ספרה אחת עוזרים. אם מקבלים שוב מספר דו ספרתי, מכפילים את שתי הספרות. ממשיכים עד שמקבלים מספר עם ספרה אחת. בכמה מהמספרים הדו ספרתיים, התוצאה בסוף תהיה 0?

21. ביקרתי באי. באי יש שני סוגים של אנשים: אנשים שתמיד דוברים אמת ואנשים שתמיד משקרים. ראיתי שלושה מקומיים שישבו על החוף. שאלתי את הראשון אם הוא דובר אמת. הוא דיבר בלחש ולא שמעתי אותו. שאלתי את האיש השני מה האיש הראשון אמר. הוא השיב, "הראשון אמר לא". ואז האיש השלישי אמר לי: "אל תאמין לאיש השני, הוא משקר". האם יש מישהו מבין השלושה שדובר אמת?

22. שימו סוגריים כדי שהתרגיל יהיה נכון:

$$1 : 2 : 3 : 4 = 6$$

23. כתבו שישה מספרים שלמים שונים מסביב למעגל כך שכל מספר שווה לסכום שני המספרים שנמצאים לידו.



24. כמה מספרים בין 1 ל-700 (כולל 1 ו-700) מתחלקים ב-3,4, ו-5?

25. כמה מספרים בין 1 ל-700 (כולל 1 ו-700) מתחלקים ב-3,4, או 5?

26. השתמשו בספרות 1,2,3,4,5,6,7,9 כל ספרה פעם אחת כדי ליצור ארבעה מספרים דו ספרתיים שכל אחד מהם הוא מספר ראשוני. מה סכומם?

27. בסדרת מספרים, האיבר הראשון הוא 1. מכפלת n האיברים הראשונים של הסדרה שווה ל- n^2 . מהו סכום האיבר השלישי והאיבר העשרים ואחד?

Math Contest December 21, 2020

28. הגילאים של אבא ושל שני ילדיו הם חזקות של אותו מספר ראשוני. לפני שנה הגילאים של שלושתם היו מספרים ראשוניים. בני כמה הם היום?

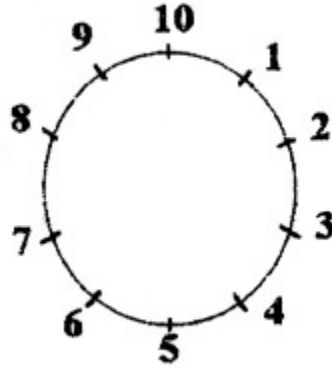
Abacus C1329

29. יש קובייה $n \times n \times n$ שמורכבת מקוביות משחק (עם המספרים 1 עד 6 על הפאות). מהו הסכום המקסימלי של נקודות שאפשר לספור? נניח שהקובייה מרחפת באוויר. השלימו את הטבלה:

גודל הקובייה	סכום מקסימלי של נקודות
1x1x1	
2x2x2	
3x3x3	
4x4x4	
5x5x5	
6x6x6	
$n \times n \times n$	

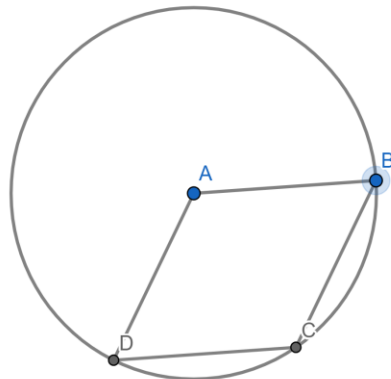
30. ב"פלאפל ג'ף" מוכרים כדורי פלאפל בשקיות של 6 כדורים, 9 כדורים ו-20 כדורים. אם לקוח רוצה 21 כדורים – אין בעיה! נותנים לו שתי שקיות של 6 כדורים ושקית אחת של 9 כדורים. מהו מספר הכדורים הגדול ביותר שאי אפשר לתת ללקוח?

31. עשרה אנשים יושבים סביב שולחן. כל אחד חושב על מספר ולוחש אותו לשני השכנים שלו. כל אחד אומר את הממוצע של שני המספרים שהוא שמע והתוצאות מופיעות בצירוף. על איזה מספר חשב כל איש במעגל? בנוסף ענו על השאלה אם יש 6 אנשים סביב השולחן או 14 אנשים סביב השולחן.



.32

A הוא מרכז המעגל בצירוף למעלה. רדיוס המעגל הוא 16 ס"מ. ABCD הוא מעוין. מה שטח המעוין ABCD?



33. בממוצע, כמה פעמים צריך להטיל קובייה אחת כדי לראות פעם אחת לפחות כל מספר בין 1 ל-6 כולל.

34. יש 120 דרכים לסדר את הספרות 1,2,3,4,5 למספרים עם חמש ספרות כך שכל ספרה מופיעה פעם אחת במספר. אם מסדרים את 120 המספרים האלה מהכי קטן להכי גדול, איזה מספר נמצא במקום ה-87?

35. לכמה מספרים בין 2000 ל-10000, יש את התכונה הבאה: כל ספרה במספר קטנה מהספרה לשמאלה? למשל, למספרים 5321 ו-8710 יש את התכונה הזאת.

36. ההסתברות שצ'לף יפגע במטרה בירייה בודדת היא 0.9. ידוע שהצ'לף יורה עד הוא פוגע בדיוק 5 פעמים במטרה. מהי ההסתברות שהוא ירה בדיוק 7 יריות?

37. מצאו כל מספר A עם חמש ספרות כך שאם כותבים את השאריות כשמחלקים את A ב-2,3,4,5,6 ו-6 מקבלים את המספר A.

38. בוחרים מספר עם שש ספרות כאשר משתמשים בספרות 1,2,3,4,5 ו-6, כל ספרה פעם אחת. מה ההסתברות שבחרים מספר שיש לו את הספרות 123 ביחד, בלי רווח ובסדר הזה? (שתי דוגמאות של מספרים כאלה הן 123456 או 512364)

39. במשולש ישר זווית, סכום הצלעות הוא 18 ס"מ. סכום ריבועי הצלעות הוא 128 סמ"ר. מצאו את שטח המשולש.

40. שבעה אנשים יושבים במעגל ולכל אחד יש כד גדול עם חלב (יכול להיות שיש אנשים שאין להם חלב בכד). בין שבעת האנשים יש בסה"כ 21 ליטר של חלב. האיש הראשון מחלק לכל שאר האנשים את החלב שיש לו באופן שווה. השני עושה אותו דבר. הם ממשיכים כך עד האיש השביעי, כולל. בסוף לכל אחד יש את אותה כמות החלב שהייתה לו בהתחלה. כמה חלב היה לכל אחד בהתחלה?

41. יש שתי קבוצות של אנשים – קבוצת א' ו-ב'. כולם לוחצים בדיוק פעם אחת את הידיים של כל אחד אחר (זה לפני קורונה). היו בסה"כ 231 לחיצות ידיים שכולל 119 לחיצות בין אנשים מאותה קבוצה. כלומר מספר הלחיצות רק בין אנשים בקבוצה א' ועוד מספר הלחיצות רק בין אנשים בקבוצה ב' שווה 119. כמה אנשים בכל קבוצה?

.42

$$AB+B=BA$$

A ו-B הן ספרות שונות ו-B לא שווה ל-0. AB ו-BA הם שני מספרים דו ספרתיים. מצאו את A ו-B.

43. גליה קונה 4 עוגיות. יש שלושה סוגים של עוגיות – שוקולד, קוקוס וחמאת בוטנים. בכמה דרכים שונות גילה יכולה לקנות 4 עוגיות? (למשל, דרך אחת היא 2 עוגיות שוקולד, עוגיית קוקוס אחת ועוגיית חמאת בוטנים אחת.)

44. קבוצה של 8 בנות ו- 5 בנים רוצים להצטלם. בכל תמונה יהיו חמישה ילדים- שלוש בנות ושני בנים. בכמה דרכים שונות אפשר לעשות את התמונות כאשר אם הסדר שונה אז התמונה נחשבת כשונה?