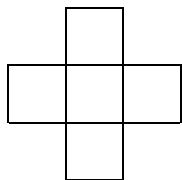


חלק 6: בעיות קצרות

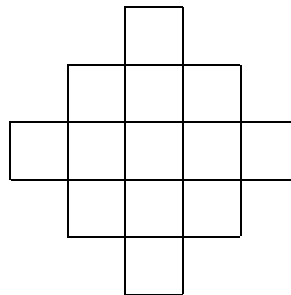
1. כמה אפסים יש ברצף בסוף המספר $90!$ (90 עצרת)?
2. השתמשו בספרות 1, 2, 3, 4 ו-5, בכל אחת מהן פעם אחת, כדי ליצור מספרים של 5 ספרות כך שהספרה של עשרת האלפים תהיה גדולה מספרת האלפים, ספרת האלפים תהיה קטנה מספרת המאות, ספרת המאות גדולה מספרת העשרות, וספרת העשרות קטנה מספרת היחידות. (כלומר משמאל לימין מספרה לספרה יש ירידה, עלייה, ירידה ואז עלייה.) רשמו את כל המספרים שמתאימים לתנאים אלו. כמה מספרים כאלה יש?
3. טליה יכולה לצבוע לבד חדר קטן בתוך 32 דקות. כשהיא עובדת עם מאיה, הן יכולות לצבוע את החדר בתוך 24 דקות. כמה זמן יידרש למאיה לצבוע את החדר לבד?
4. 4 שפים יכולים לטגן 32 חביתות במשך 10 דקות. כל השפים מטגנים חביתות בקצב שווה. כמה שפים צריך כדי לטגן 108 חביתות בתוך 15 דקות?
5. לכמה מספרים שלמים בין 1 ל-500 יש בדיוק שלושה גורמים? דוגמאות: למספר 4 יש 3 גורמים: 1, 2 ו-4, כי $4 \times 1 = 4$ ו- $2 \times 2 = 4$. אבל למספר 6 יש 4 גורמים: 1, 2, 3 ו-6, כי $6 \times 1 = 6$ ו- $3 \times 2 = 6$.
6. להלן 4 סרטוטים: בסרטוט הראשון (משמאל) יש משבצת אחת, בסרטוט השני יש 5 משבצות קטנות, וכן הלאה. לאיזה מספר סרטוט בסדרה יש 421 משבצות קטנות?



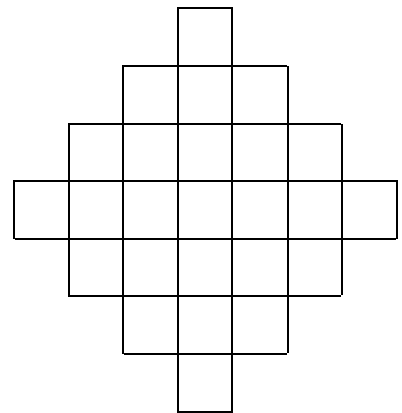
1



2



3



4

7. א. ערך המניה של החברה "כיף עם ג'ף" בבורסה ירד ב-30%. בכמה אחוזים ערך המניה צריך לעלות כדי שהמניה תחזור לערך המקורי שלה?

ב. ערך המניה של החברה "בעיות מילוליות בשפע" עלה ב-30%. בכמה אחוזים ערך המניה צריך לרדת כדי שהמניה תחזור לערך המקורי שלה?

8. השתמשו בספרות 2, 3, 5, 8 ו-9 כדי ליצור שני מספרים שהמכפלה שלהם תהיה גדולה ככל האפשר. מהם המספרים? ומה המכפלה?

9. ל-5 מספרים – A, 4, 5, 6, ו-9 – יש אותם שכיח, חציון וממוצע. כמה שווה A?

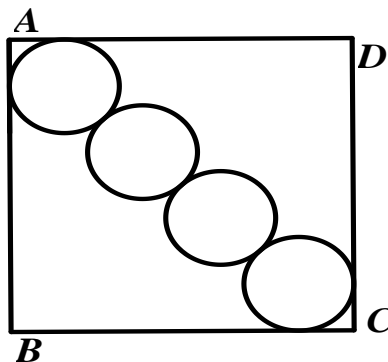
10. מצאו 3 סדרות של 3 מספרים עוקבים שסכומם ומכפלתם שווים.

11. במצולע קמור מספר האלכסונים גדול פי 6 ממספר הצלעות של המצולע. כמה צלעות יש למצולע?

12. א. המספר 96 בבסיס 10 שווה ל-341 בבסיס A. כמה שווה בבסיס 10 המספר 1,234 בבסיס A?

ב. המספר 96 בבסיס 10 שווה ל-165 בבסיס B. כמה שווה בבסיס 10 המספר 1234 בבסיס B?

13. אורך הרדיוס של ארבעת העיגולים בתוך הריבוע ABCD הוא 1 ס"מ. מרכזי העיגולים נמצאים על אלכסון הריבוע. שני העיגולים בשני הקצוות של האלכסון משיקים לצלעות הריבוע. חשבו את שטח הריבוע. (בתשובה אפשר לכתוב שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.)



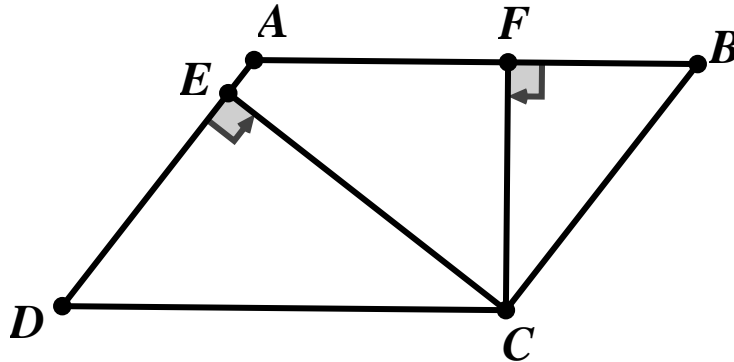
14. מספר בר מזל הוא מספר שאפשר לסדר את ספרותיו בשתי קבוצות כך שסכום הספרות של שתי הקבוצות יהיה שווה. דוגמה: המספר 792 הוא מספר בר מזל כי $7+2=9$. המספר 1,834 גם הוא מספר בר מזל כי $1+4+3=8$, והמספר 34,175 בר מזל כי $3+7=4+1+5$. בשורה הראשונה של הטבלה כתבו את שני המספרים התלת-ספרתיים הקטנים ביותר שהם עוקבים בני מזל. בשורה השנייה כתבו את שני המספרים הקטנים ביותר של ארבע ספרות שהם עוקבים בני מזל, וכן הלאה.

מספר הספרות	המספר בר המזל	המספר בר המזל העוקב
3		
4		
5		
6		

15. השלימו את הלוח במספרים שלמים וחייביים, כך שאם בוחרים 3 מספרים שנמצאים בטור אחר ובשורה אחרת מהמספרים האחרים וכופלים אותם, תמיד מקבלים אותה מכפלה.

1	3	7
4		
5		

16. במקבילית ABCD נתון: $AF=18$, $FC=16$, $BC=20$. EC הוא גובה לצלע AD, ו-FC הוא גובה לצלע BC. מצאו את אורך הקטע AE.



17. שלושה דייגים

אמנון, סלומון ודניס ארגנו יום דיג על שפת הכנרת, עם לינה באוהלים. מכיוון שהם היו דייגים אופטימיים, הם הביאו מכל גדול כדי לשמור בו את השלל והסכימו לחלק אותו שווה בשווה לפני חזרתם הביתה, למוחרת בבוקר.

א. לאחר ליל מנוחה (של יתושים מציקים, נמלים עוקצות ורעש מהמדורה הסמוכה) אמנון היה הראשון שהתעורר וחילק את הדגים ל-3 ערמות שוות. את הדג העודף הוא שחרר אל מי הכנרת (הרי דייג אוהב דגים), לקח את השליש שלו ועזב.

ב. אחריו התעורר סלומון. הוא לא ידע שאמנון כבר לקח שלישי מהדגים ועזב. הוא חילק את הדגים ל-3 ערמות, וגם לו נשאר דג עודף. הוא שחרר אותו אל מי הכנרת, לקח את השליש שלו ועזב.

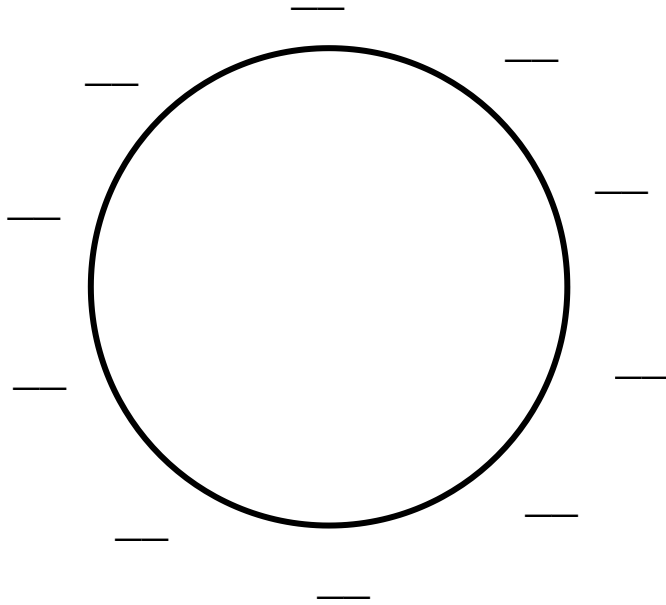
ג. לבסוף התעורר דניס. מכיוון שחשב כי שני חבריו עדיין ישנים, גם הוא חילק את הדגים ל-3 ערמות, שחרר אל מי הכנרת את הדג העודף, לקח את השליש שלו ועזב.

1. מהו המספר הקטן ביותר של דגים שבו יכול להתרחש סיפור זה?

2. מהו מספר הדגים הבא שבו יכול להתרחש סיפור זה?

18. שמרו מרחק

שבצו מסביב למעגל את מספרים 1 עד 10, כל מספר ומספר פעם אחת, כך שההפרש בין מספרים סמוכים יהיה 4 או יותר.



19. כמה מספרים שלמים בין 1 ל-50, כולל 1 ו-50, אפשר לכתוב כסכום של מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים? לדוגמה, המספר 9 אפשר לכתוב כ- $4+5$. המספר 6 אפשר לכתוב כ- $1+2+3$.

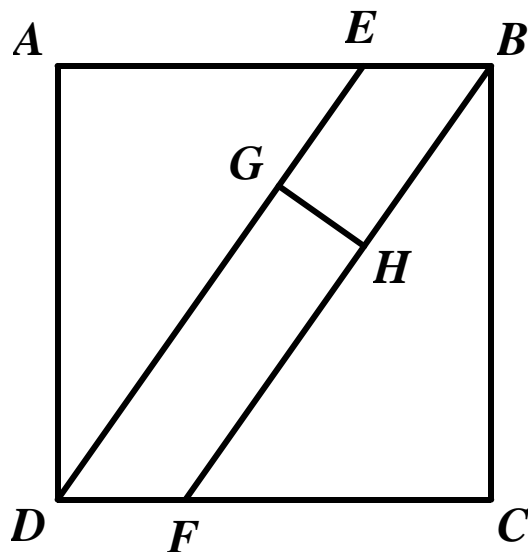
20. מחשבים את הממוצע של שני מספרים דו ספרתיים. מתברר שאם שמים נקודה עשרונית בין שני המספרים מקבלים את הממוצע שלהם. מהם שני המספרים?

21. כמה שווה חצי של 2^{40} ?

22. איה, בתיה וגליה רוצות לקנות אותו ספר אבל לאף אחת מהן אין מספיק כסף. לאיה חסר שליש ממחיר הספר, לבתיה חסר 20% ממחיר הספר ולגליה חסר שישית ממחיר הספר. אם הן שמות את הכסף ביחד וגם אם מחיר הספר יורד ב-21%, הן יכולות לקנות ביחד שלושה ספרים. כמה עולה הספר?

23. אם שמים זוג סוגריים בתרגיל למטה מקבלים 6. הוסיפו זוג סוגריים:
 $1:2:3:4 = 6$

24. הריבוע ABCD מחולק לשני משולשים (AED ו-FBC) והמקבילית EBFD. לשלושתם יש אותו שטח. נתון שאורך GH, המרחק בין שני הקטעים המקבילים ED ו-BF הוא 12 ס"מ. מצאו את שטח הריבוע ABCD.



25. רושמים את המספרים השלמים החל מ-1 בלי רווחים ובלי פסיקים. הסדרה שנוצרת נראית כך:
 123456789101112131415161718192021222324...
 מה הספרה ה-2000 בסדרה הזאת? הסבירו איך מצאתם אותה.

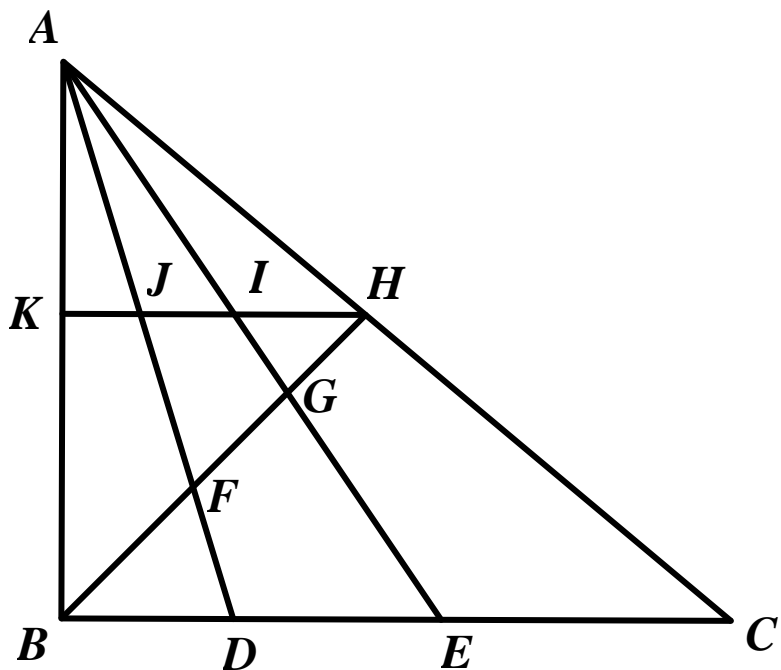
26. הסכום והמכפלה של ארבעה מספרים הוא 7.11. שניים מארבעת המספרים הם 3.16 ו-1.25. מצאו את שני המספרים האחרים.

27. מצאו את המספר החסר בסדרה הנתונה. רמז: המספר החסר קשור לסכום של מספרים ראשוניים.
 2, 8, 31, 88, _____, 384

28. הוכיחו שלא ניתן לכתוב מספר בצורה 2^n , כאשר n הוא מספר טבעי, כסכום של מספרים שלמים ועוקבים.

29. מה המספר הטבעי הגדול ביותר ש-n יכולה להיות כדי שמספר 3^n הוא גורם של $150!$ (150 עצרת)?

30. מצאו כמה משולשים שונים יש בציור למטה.



31. פתרו את התרגילים הבאים. כלומר, מצאו את x ו- y . מה משותף לכל התרגילים?

א. $3x + 7y = 11$

$2x + 5y = 8$

ב. $13x + 8y = 3$

$x + 2y = 3$

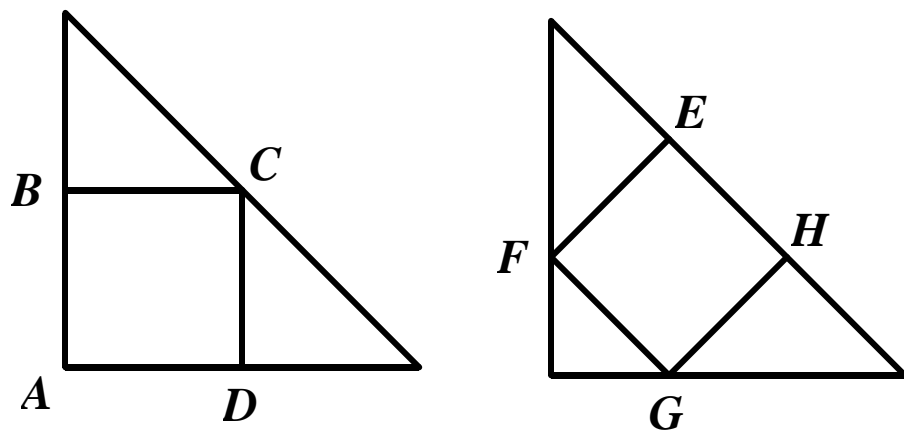
ג. $-5x + y = 7$

$8x + 6y = 4$

32. במשחק "שמרו 20" (פעילות 4.1), בהטלה הראשונה מקבלים את המספרים: 1,2,3,5,6. מחליטים לשמור ארבע קוביות: 2,3,5,6 שסכומם 16. מה ההסתברות שמתוך שלוש ההטלות הבאות של קובייה אחת נקבל 4 כדי להשיג תוצאה סופית של 20?

33. יש שני גדלים של ג'ל גילוח: אחד בגודל 200 מ"ל במחיר 15.90 ₪ והשני גדול ב-20% מהראשון ומחירו 18.90 ₪. איזה גודל יותר משתלם? הסבירו.

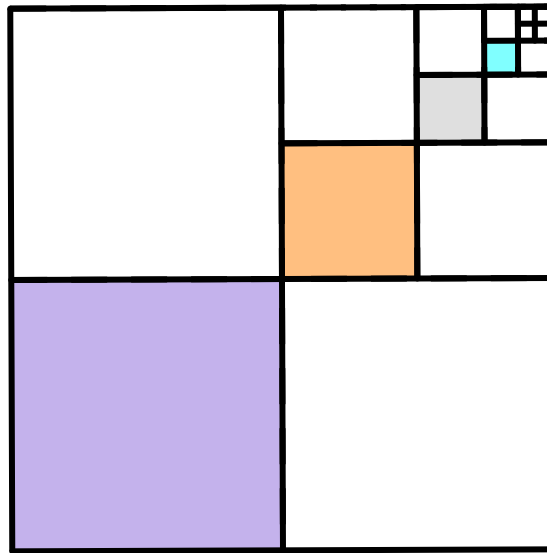
34. למטה יש שני משולשים שווים שוקיים, ישרי זווית וחופפים. שטח הריבוע ABCD הוא 576 סמ"ר. מהו שטח הריבוע EFGH?



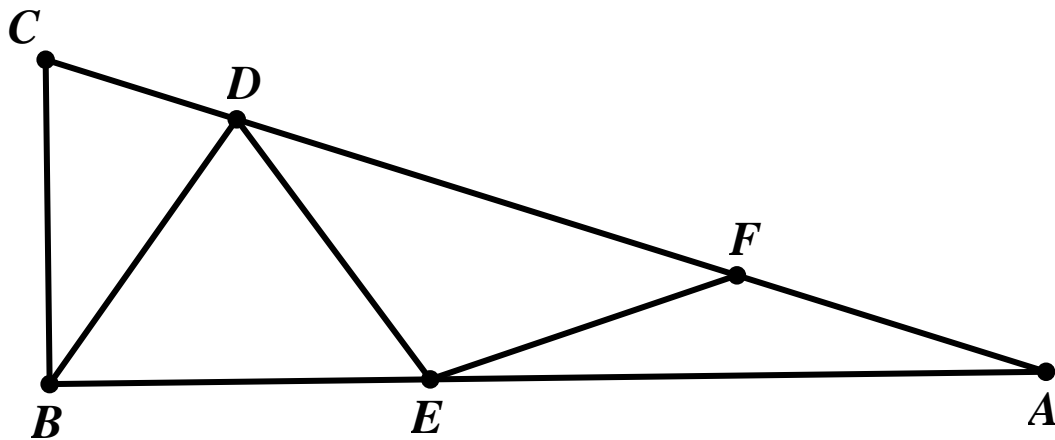
35. מצאו את סכום שלושים המספרים הראשונים שהם אי-זוגיים, חיוביים ויש להם שארית של 1 כשמחלקים אותם ב-3.

36. מה ספרת המאות של סכום חמישה עשר המספרים למטה?
 $5 + 55 + 555 + 5555 + 55555 + \dots + 5555555555555555 =$

37. למטה רואים איך הריבוע הגדול מחולק לריבועים קטנים וחלק מהריבועים צבועים. אם ממשיכים באותו תהליך, איזה חלק מהריבוע הגדול יהיה צבוע?



38. במשולש ישר זווית ABC למטה (הזווית ABC שווה 90 מעלות), נתון ש- $CB=BD=DE=EF=FA$. מצאו את גודל הזווית A.



39. חשבו את סכום הביטויים עם [סיגמא](#).

$$a. \sum_{k=1}^{20} 2k =$$

$$b. \sum_{k=3}^8 3k - 4 =$$

$$c. \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k} =$$

$$d. \sum_{k=1}^{10} k^2 =$$

40. כתבו את הסכומים של הסדרות כביטוי עם סיגמא. (ראו את התרגיל הקודם.)

$$a. 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + \dots + 151 =$$

$$b. 8 + 15 + 22 + 29 + \dots + 379 =$$

$$c. 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 =$$

$$d. 111 + 99 + 87 + 75 + 63 + \dots + 3 =$$

41. כמה מספרים בין 1000 ל-9999 מכילים בתוכם את המספר 18 פעם אחת (הספרות 1 ו-8 צמודות ומייצרות את המספר 18)?

42. 3 8 1 _ _ _ _ _

יש מספר מיוחד עם 10 ספרות שמכיל את הספרות 0 עד 9 כל אחת פעם אחת (הספרות 3,8,1 כבר נמצאות במספר). המספר מתחיל עם 3 ו-3 מתחלק ב-1. הספרה אחרי 3 היא 8 והמספר 38 מתחלק ב-2. אחרי הספרה 8 יש את הספרה 1. המספר 381 מתחלק ב-3. צריך למצוא את הספרה אחרי 1 כדי שהמספר עם ארבע ספרות __381 מתחלק ב-4, וכך הלאה עד שהמספר כולו מתחלק ב-10. מצאו את המספר המיוחד הזה.